Turbulencia, káosz, pillangóhatás

A légköri mozgások természetének, az áramlástani karakterisztikák mellett a termodinamikai jellemzőket is magában foglaló légköri állapotváltozások fizikájának, valamint az időjárás előrejelezhetőségének elemzése során gyakran találkozunk három fogalommal: a légáramlás *turbulens jellegével,* a folyamatok *kaotikus dinamikájával,* illetve a prognózisok érvényességének korlátjait szimbolizáló *pillangóhatással.* Mivel ennek a három fogalomnak a lényege és egymással fennálló kapcsolata nem minden esetben jelenik meg egyértelműen a köztudatban, ezért érdemes őket tudománytörténeti keretbe foglalva, a szinoptikus meteorológia és a légkördinamika oldaláról kissé közelebbről is szemügyre vennünk.

Turbulens áramlások

A turbulencia a klasszikus fizikának talán a legfontosabb, részleteiben mégis a legkevésbé ismert problémáját alkotja. A szájhagyományok szerint *Werner Heisenberg,* a kvantummechanika alapjainak megteremtője, a halálos ágyán kijelentette, hogy Istenhez két kérdése lesz: mi a relativitás elve, és mi a turbulencia? „Biztos vagyok abban – tette hozzá –, hogy az Úrnak az első kérdésre van válasza.” *Steven Orszag,* a jelenleg a Yale Egyetemen oktató neves matematikus ezt az anekdotát négy híres tudós, *Neumann János, Willis Lamb*, *Arnold Sommerfeld* és *Kármán Tódor* személyének említésével meséli el, majd megjegyzi, hogy „úgy képzelem, ha a Jóisten valóban választ adott ennek a négy embernek, akkor az mindegyik esetben más volt”.

A turbulencia a súrlódó folyadékok és gázok áramlásának legbonyolultabb formája, amelyet térben és időben folytonosan változó örvényes kép jellemez. Turbulens áramlás akkor alakul ki, amikor a Navier–Stokes-féle mozgásegyenletekben a tehetetlenségi erő és a súrlódási erő hányadosa, a dimenzió nélküli *Reynolds-szám* egy kritikus értéknél nagyobb. Laboratóriumi kísérletek szerint az időben állandó lamináris áramlás abban az esetben válik hidrodinamikailag instabillá, és váltja fel azt egy nem-stacionárius, örvényképződéssel járó áramlási formáció, amikor a Reynolds-szám meghaladja a 2100 körüli értéket.

A légköri mozgások a *nagy Reynolds-számú áramlások* családjába tartoznak: a tehetetlenségi erő általában 4-6 nagyságrenddel múlja felül a súrlódási erő értékét. Ezért a légkörben (a felszín fölötti 1 cm-es légrétegen kívül) az összes térbeli skálán teljesen kifejlett turbulencia uralkodik. A térben differenciált eloszlású szoláris hőközlés által gerjesztett általános légkörzés nagytérségű mérsékeltövi örvényeit (a ciklonokat és anticiklonokat) ebben a kontextusban turbulencia testeknek (vagy turbulencia elemeknek) tekinthetjük, amelyek az energiájukat barotrop (tehetetlenségi) instabilitás esetében az alapáramlás kinetikus energiájából, baroklin instabilitás esetén pedig az alapáramlás hozzáférhető potenciális energiájából nyerik. A szabad légkör nagytérségű rendezett mozgásainak befejező életciklusa az áramlás súrlódásos felaprózódása, amelynek során a nagyobb örvények energiája az egyre kisebb méretű örvényeknek adódik át, és amelyet légköri energiakaszkádnak nevezünk. Ilyenformán a globális légkör termikusan gerjesztett és a súrlódás által csillapított, tehát *kényszerített-disszipatív rendszert* alkot.

Kaotikus állapotváltozások

A káosznak a mai napig nincs egységesen elfogadott meghatározása. A mozgásoknak (állapotváltozásoknak) ez a formája alig több mint negyed évszázaddal ezelőtt, a nemlineáris jelenségek felderítésére és elemzésére szolgáló számítógépes módszerek elterjedésével vált szélesebb körben ismertté, miután kiderült, hogy – megcáfolva a tudomány egyik, *Pierre Simon de Laplace* márki 1814-ben megfogalmazott nézetére épülő, alapvető tantételét – determinisztikus rendszerek is produkálhatnak előre nem jelezhető, véletlenszerű folyamatokat. A korlátlan prognosztikai képességűnek vélt „Laplace-démon” kudarcát eredményező káoszt ezért *különös viselkedés* néven is szokás emlegetni, amelyik negyedikként sorakozott fel az autonóm dinamikai rendszerek aszimptotikusan kialakuló állandósult viselkedésének korábban ismert három reguláris típusa, nevezetesen a stacionárius állapot, valamint a periodikus és a kvázi-periodikus változás mellé. Definiálhatnánk ezért a káoszt úgy, mint ami ennek a három szabályos viselkedésnek az egyike sem – de akkor micsoda?

A kérdésre a numerikus kísérletek adták meg a választ. Ellentétben a korlátos állandósult viselkedés reguláris formáival, először is a kaotikus spektrumot nem kizárólag diszkrét frekvenciák alkotják, hanem az időbeli változás önmagát pontosan sohasem ismétlő (aperiodikus) folyamat, és a spektrum folytonos, szélessávú, zajszerű képet mutat. Másodszor, a disszipatív dinamikai rendszerek fázisterében mindig létezik egy, az állapotpontok trajektóriáit vonzó, és az állandósult viselkedésre jellemző halmaz; ezt a rendszer *attraktorának* nevezzük. Mivel az ilyen rendszerek energiát adnak át a környezetüknek, ezért bármelyik kiszemelt, az állapotpontokkal együtt mozgó fázistartomány térfogata a Liouville-tétel értelmében exponenciálisan csökken, és így az attraktor fázistérfogata nulla (egy súrlódásmentes, konzervatív rendszernek ezért nincs karakterisztikus állandósult viselkedése és attraktív halmaza). Mármost, a reguláris állapotváltozások attraktorai hagyományos geometriai alakzatok: stacionárius állapot esetében fix pont, periodikus viselkedés esetén zárt görbe, kvázi-periodikus állapotváltozásoknál pedig egy legalább két független görbülettel jellemezhető gyűrű alakú felület (tórusz). Kaotikus állandósult viselkedésnél viszont a vonzó halmaz egy végtelen hosszúságú görbe által alkotott bonyolult, de rendezett fraktálszerkezet: dimenziója tört szám, és az ebből fakadó egyik sajátossága, hogy az attraktor és a síkjára merőlegesen húzott egyenes diszkrét metszéspontjainak száma végtelen, míg a pontok együttesének Lebesgue-mértéke (teljes „hossza", tehát az attraktor „vastagsága") nulla. Ezért *David Ruelle* és *Floris Takens* 1971-ben találóan nevezte el a képződményt *különös attraktornak* [1]. Végül a kaotikus rendszerek harmadik, gyakorlati szempontból legfontosabb megkülönböztető jellemzője a kezdeti feltételekre mutatott exponenciális érzékenység, ami lehetetlenné teszi az állapotváltozás hosszabb távú előrejelzését.

Mindezen ismérvek birtokában a Royal Society által 1986-ban, Londonban rendezett nemzetközi konferencián a szakértők a szótárak készítőinek a következő egyszerű definíciót javasolták: *a káosz a determinisztikus rendszerekben előforduló sztochasztikus viselkedés.* A tudósok tehát végül elfogadták az attraktoron végbemenő aperiodikus folyamatok dinamikájának minősítésére a *káosz* terminológiát, noha azt kezdetben sokan kifogásolták (*Edward Lorenz* például hosszú időn keresztül következetesen az „irregularitás" elnevezést használta). Magát a szót *James Yorke* vezette be a szakirodalomba, amikor tanítványa, *Tien-Yien Li* társaságában, 1975-ben cikket publikált az egyik legtekintélyesebb amerikai matematikai folyóiratban *A hármas periódus káoszra utal* címmel [2]. A fogalom felkeltette a *The New York Times* tehetséges szakírója, *James Gleick* érdeklődését, aki 1987-ben jelentette meg *Káosz – egy új tudomány születése* című (1999-ben magyar nyelvre is lefordított) könyvét, amely akkora sikert aratott, hogy a szó a köznapitól eltérő jelentéssel, tudományos terminológiaként végérvényesen polgárjogot nyert. Lorenz később fel is tette a költői kérdést: vajon Gleick műve akkor is bestsellerré vált volna, ha az *Érzékeny függőség – egy új tudomány születése* címmel kerül a könyvesboltok polcaira?

A kaotikus folyamatok elemzésével kibontakozó új világszemléletet a téma néhány úttörő kutatója, köztük Yorke és a magát „a káosz evangélistájának" valló *Joseph Ford* is – a neves tudománytörténész, *Thomas Kuhn* gondolatait [3] tovább vezetve – a 20. század tudományának a relativitáselmélet és a kvantummechanika mellé felzárkózó harmadik paradigmaváltásaként értékelte. Ford szavait idézve, „a káoszelmélet bizonyos értelemben *Kurt Gödelnek* (a matematika nemteljességi tétele kidolgozójának) a gyermeke, mivel bebizonyítja, hogy léteznek megválaszolhatatlan fizikai kérdések", míg Yorke szerint a káosz felfedezéséből levonható tanulságot legszebben a *Hamlet* sorai foglalják össze: Yorke tolmácsolásában „a dolgok különösebbek, mint gondoljuk". Világosan kell azonban látnunk, hogy a káoszelmélet, jelentőségét ezzel mit sem csorbítva, valójában nem tekinthető a fizika harmadik forradalmának, mert – amint azt *Tél Tamás* is hangsúlyozza – „új törvények felfedezése nem kapcsolódik hozzá, hanem az ismert törvények eddig el sem képzelt bonyolultságú megnyilvánulásának a felismeréséről van szó" [4].

Az pedig már egy másik kérdés, hogy az a típusú káosz, amelyről Yorke a fiatal munkatársával értekezett, csak néhány speciális kezdeti feltételből induló állapotváltozásra vonatkozik, miközben a legtöbb folyamat reguláris viselkedést mutat. Ezt az esetet ma *korlátozott káosznak* nevezzük, megkülönböztetésül a *teljes káosztól,* amelynél az érzékeny függőség a legtöbb fázistérbeli trajektóriára érvényes. A „néhány" és a „legtöbb" jelzők közötti különbség szemléltetéséhez tekintsünk egy négyzetre és e négyzet egyik átlójára: az átlón fekvő diszkrét pontok száma végtelen, de a négyzeten belüli legtöbb pont nyilvánvalóan az átlón kívül helyezkedik el, és ezért nulla a valószínűsége (de nem lehetetlen), hogy egy véletlenszerűen megválasztott pont az átló egyik pontja lesz. Ebben az értelemben mondhatjuk, hogy a korlátozott káosz nulla valószínűséggel lép fel a természetben, tehát ha a légkört ez a típusú káosz jellemezné, akkor az időjárás annyira lenne előre jelezhető, mintha a folyamatokat nem kaotikus dinamika kormányozná.

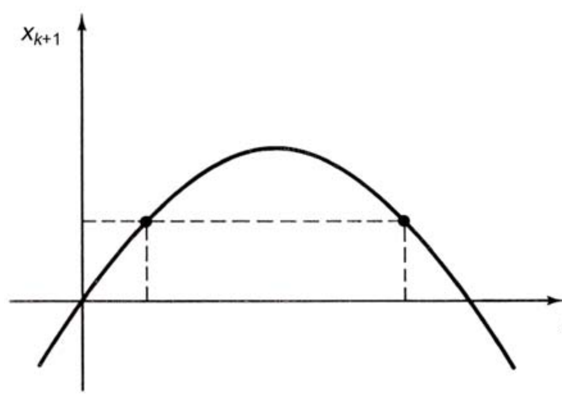
Az új szakszavak bevezetésével kapcsolatban érdekes megjegyeznünk, hogy kezdetben az attraktor geometriájára utaló „különös" (*strange*) elnevezés sem aratott osztatlan elismerést. Két novoszibirszki fizikus, *Boris Chirikov* és *Felix Izrailev* 1981-ben, az Elsevier által kiadott *Physica* folyóirat deklaráltan a nemlineáris dinamika témakörének szentelt *D-sorozata* egyik cikkében kifejtette, hogy „egy különös attraktor csak egy kívülálló számára tűnik furcsának", ami sokkal szellemesebben hangzik az eredeti angol változatban: *a strange attractor seems strange only to a stranger* [5]. Szerencsésebb fogadtatású volt az euklideszi térben tört értékű dimenzióval megjelenő alakzatok közös megjelölése céljából bevezetett terminológia. Megalkotója, *Benoit Mandelbrot* 1975 egyik téli délutánján akadt rá, miután az iskolából hazatért fia latin szótárát lapozgatva, szemébe ötlött a „széttör" jelentésű *frango* igéből képzett *fractus* („megtört") szó. Így született meg az ellenvetés nélkül elfogadott „fraktál" elnevezés, kivételes eseményeként Mandelbrot vitákban bővelkedő szakmai pályafutásának.

Hogy ne tartozzunk a különös attraktort furcsának ítélő kívülállók közé, a következő tényeket kell átgondolnunk. Egy kaotikus disszipatív dinamikai rendszer trajektóriákat vonzó, végtelen hosszúságú attraktorának a fázistér korlátos méretű tartományába kell beilleszkednie. Eközben a görbe egyrészt sehol nem keresztezheti egy korábbi szakaszát (a metszéspont ugyanis a rendszer olyan állapota lenne, amely nem határozza meg egyértelműen a későbbi állapotokat, ami ellentmond a fizika alaptörvényének), másrészt a görbe csak megközelítheti a fázistérnek egy korábban már meglátogatott pontját (ha ugyanis érintené ezt a pontot, akkor ettől az időpillanattól kezdve az állapotváltozás korábbi története megismétlődne, azaz a viselkedés elveszítené aperiodikus jellegét). Ez a három egyidejű követelmény úgy valósul meg, hogy az attraktor nem megszámlálhatóan végtelen sok alkalommal visszahajlik önmagára, létrehozva a már említett, nulla fázistérfogatú fraktálszerkezetet. Matematikailag igazolható (ez a nevezetes Poincaré–Bendixson-tétel), hogy egy ilyen struktúra létrejöttéhez a fázistérnek legalább háromdimenziósnak kell lennie, a kétdimenziós fázissík ugyanis nem eléggé tágas ahhoz, hogy benne kaotikus trajektóriák elférjenek.

A Royal Society fentebb idézett meghatározásával összefüggésben hangsúlyoznunk kell, hogy a „sztochasztikus viselkedés” csak a megjelenésében mutat véletlenszerűséget: a makroszkopikus kaotikus folyamatokat teljes egészében törvények irányítják. Ezért szokás a mindennapi értelemben teljes zűrzavart és összevisszaságot jelentő, görög–latin eredetű káosz szó elé gyakran a *determinisztikus* jelzőt illeszteni, egyúttal megkülönböztetésként a kinetikus gázelméletben meghonosodott *molekuláris* káosztól, amelyet *Ludwig Boltzmann* vezetett be a 19. század második felében a 1024 szabadsági fokú rendszerek rendezetlen viselkedésének jellemzésére. A molekuláris káosz mintapéldája a folyadékokban és gázokban lebegő mikroszkopikus részecskék véletlenszerű Brown-mozgása, amelynek a mozgásegyenlete sztochasztikus. Ezzel kapcsolatban csak érdekességként említünk meg egy új kutatási eredményt, amely szerint abban az esetben, ha a Brown-mozgást nem véletlennek, hanem a molekuláris mozgás által determinált kaotikus folyamatnak tekintjük, akkor le lehet vezetni az erre vonatkozó determinisztikus mozgásegyenleteket [6].

A definíciók között tovább tallózva, Lorenz szerint *a káosz egy dinamikai rendszernek az a tulajdonsága, hogy a legtöbb állapotváltozás érzékenyen függ a kezdeti feltételektől* [7]. A numerikus prognosztikai gyakorlat tekintetében természetesen ez a lényeges ismérv, hiszen azt hangsúlyozza, hogy nemlineáris dinamikai rendszerekben teljesen normális, ha két, egymással csaknem azonos állapotot, elegendő idő elteltét követően, két olyan állapot kísér, amelyek nem mutatnak egymással nagyobb hasonlóságot, mint egy hosszú idősorból véletlenszerűen kiválasztott két állapot. Ruelle meghatározása Lorenz technikai definíciójánál is tömörebb: szerinte *a káosz előrejelezhetetlenséget és véletlent jelent* [8].

A determinisztikus káosznak talán a leginkább meglepő tulajdonsága, hogy egyszerű nemlineáris rendszerekben is előfordulhat. Folytonos idejű rendszerekben a kaotikus viselkedés kialakulásához elég, ha az állapotvektor dimenziója eléri a hármat. Viszont diszkrét idejű leképezések esetében akár egyetlen skalár változó is elegendő lehet a káosz fellépéséhez, amennyiben azok (mint például az $M(x) = rx(1 - x)$ függvénnyel definiált, széles körben alkalmazott logisztikus leképezés) neminvertálhatók: egy adott xk állapot a rákövetkező $xk + 1$ állapotot egyértelműen meghatározza, viszont az $xk + 1$ állapot két, egymástól különböző megelőző xk állapotból is származhat (*1. ábra*). Ez a jellemvonás áll a hátterében annak a definíciónak, amelyet *Tél Tamás* és *Gruiz Márton* fogalmazott meg, és amely szerint *a káosz az egyszerű rendszerek bonyolult időbeli viselkedése* [9]. A meghatározás teljesen korrekt abban az értelemben, hogy a káoszelméletnek a fizikusok és matematikusok által kidolgozott számos, gyakran igen elvont tétele kizárólag kis (mindenképpen 10 alatti) szabadsági fokú rendszerekre vonatkozik. Ezzel szemben a nagytérségű légköri folyamatokat a kutatók 106–107-dimenziós általános cirkulációs modellekkel szimulálják, ráadásul az időben véletlenszerűen változó külső kényszerek (köztük a naptevékenység és a vulkántevékenység) fellépése révén a valós légkör nem is tartozik az autonóm rendszerek közé. Mindebből az a következtetés adódik, hogy *a légkör nem kaotikus,* hanem annál sokkal komplexebb geofizikai folyadék, és ezen a tényen lényegében az sem változtat, hogy a Marylandi Egyetemen *Szunyogh István* és munkatársai kimutattak véges idejű, lokálisan alacsony dimenziós viselkedést a légkörben [10, 11]. Ugyanakkor Lorenz munkásságának köszönhetően, aki az 1960-as évek elején elsőként talált rá olyan disszipatív dinamikai rendszerre, amelynek különös attraktora van, a szakirodalomban a légkört az elsők között szokás emlegetni a természetben előforduló kaotikus rendszerekre hozott példák sorában.



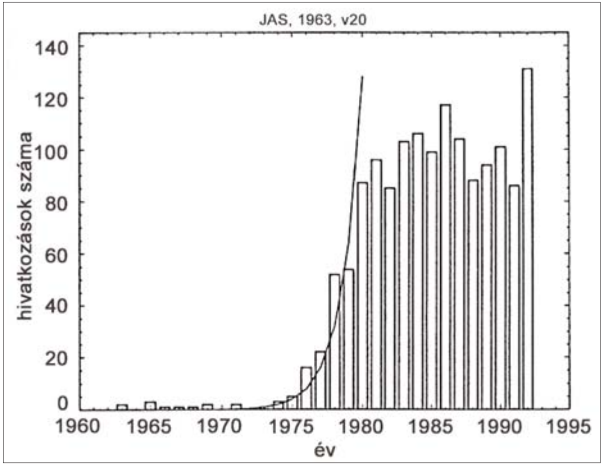
1. ábra. A logisztikus leképezés neminvertálható jellege.

Jogos tehát a kérdés: miként oldható fel ez az ellentmondás? A legközvetlenebb formában nyilván vagy úgy, hogy a káoszt csak a kezdeti feltételekre mutatott érzékenységgel, illetve az ebből eredő korlátozott előrejelezhetőséggel definiáljuk (amint ezt *Temesvári Tamás* és *Tél Tamás* tanulmánya is megemlíti [12]), vagy pedig a káosz meghatározásból elhagyjuk az „egyszerű rendszerekre" vonatkozó megszorítást, miközben természetesen nem vitatjuk, hogy a növekvő szabadsági fokú rendszerek időbeli viselkedése szükségszerűen egyre bonyolultabb. Ám ezeknél meggyőzőbb érvek is felsorakoztathatók annak alátámasztásául, hogy *a légköri folyamatokat alapvetően kaotikus dinamika kormányozza.* Ezeket az érveket azoknak a numerikus kísérleteknek a sorozata szolgáltatta, amelyeket az elmúlt évtizedekben alacsonyrendű (10-nél kisebb szabadsági fokú) nemlineáris, autonóm légköri modellekkel hajtottak végre, a drasztikus egyszerűsítések során gondosan ügyelve arra, hogy az energiaátalakulások fontos elemei, valamint az impulzus és a hő átvitelének meghatározó folyamatai megbízhatóan szimulálhatók maradjanak. Az eredmények a rendszer termikus gerjesztését és mechanikai disszipációját szabályozó kontrollparaméterek légkörre érvényes értékeinél mind az időjárási, mind az éghajlati időskálákon egyértelműen igazoltak három jellemző vonást: a modellezett állapotváltozások aperiodikus szabad változékonyságát, a kezdeti feltételek kis hibáinak exponenciális ütemű növekedését, valamint a fázistérbeli komplex, de rendezett fraktálszerkezetet [13]. Ezzel összefüggésben érdemes megjegyeznünk, hogy Lorenz legújabb vizsgálata szerint (amelyet életének 90. évében publikált) az általános légkörzés háromdimenziós dinamikai rendszerének absztrakt fázistere az állapotvektor összetevőinek megfelelő transzformációja segítségével a koordinátákként a földrajzi hosszúságot és szélességet, valamint a magasságot alkalmazó geográfiai térré alakítható át, amelyben a rendszer különös attraktora az időjárási térképekről ismert szinoptikus struktúrák formájában jelenik meg [14].

Turbulencia és káosz

Amikor Lorenz a *Journal of the Atmospheric Sciences* szerkesztőségéhez benyújtotta 1963-ban megjelent, tudománytörténeti jelentőségű tanulmányát, az eredetileg a *Determinisztikus turbulencia* címet viselte. A folyóirat akkori szerkesztője (és a szerző jó barátja), *Norman Phillips* azonban figyelmeztette arra, hogy a Rayleigh–Bénard-féle konvekció általa elemzett háromdimenziós rendszerének kormányzó egyenleteiből hiányzik néhány olyan tulajdonság, amelyet a turbulenciával általában azonosítani szokás. Ezért a szerző a címben a „turbulencia" szót az „aperiodikus áramlás" szavakkal cserélte fel.

Lorenz eredményei mintegy tíz éven keresztül inkább csak a meteorológusok körében voltak ismertek. Írása csupán azt követően vált az egyik legtöbbször idézett tanulmánnyá, hogy a különböző tudományágak képviselői által végrehajtott numerikus kísérletek eredményeiben mind gyakrabban jelentek meg a káosz ismérvei (*2. ábra),* majd kiderült, hogy nemlineáris rendszerekben a szabályos viselkedést kell kivételnek tekinteni. Kaotikusnak bizonyult például a vízcsap csepegése, *Henri Poincaré* 1892-ben megfogalmazott sejtésével összhangban az égitestek mozgása, káoszt tapasztaltak a kutatók a többi között elektromos áramkörökben, kémiai reakciókban, a geomágneses tér polaritásának félmillió évenkénti megváltozásában, a populációdinamikában, és számos érdekes kérdést vetett fel, hogy miként realizálódik a klasszikus konzervatív rendszerek irreguláris viselkedése a kvantummechanikában.



2. ábra. Lorenz tanulmánya idézettségének évenkénti alakulása 1963 és 1992 között, a philadelphiai tudományos informatikai intézetben összeállított Science Citation Index szerint.

A káoszelmélet korai éveiben a legnagyobb reményt talán az jelentette, hogy az új diszciplína végre fényt vet a turbulencia homályos problémáira. A Cambridge-i Egyetemen az 1920-as évek elején, *Sir Geoffrey Taylor* irányításával végrehajtott laboratóriumi kísérletek nyomán a kutatók azt tudták, hogy egy álló és egy forgó koncentrikus henger közötti térrészben elhelyezkedő folyadék mozgása (az ún. *Couette-áramlás)* a Reynolds-szám lassú növelésével úgy módosul, hogy a rendszerben lineárisan független frekvenciájú hullámok jelennek meg. Ennek az ismeretnek az alapján dolgozta ki 1944-ben *Lev Landau* a turbulens mozgás évtizedeken át általánosan elfogadott magyarázatát: a Reynolds-szám értékének emelése az áramlásban egyenként újabb és újabb diszkrét hullám belépését eredményezi; mindegyik hullám a többitől lineárisan független alapfrekvenciával rendelkezik, és a Reynolds-szám egyre kisebb növekménye során alakul ki. Ezért nagyon hamar elérkezünk ahhoz a kritikus Reynolds-számhoz, ahol már az összes létező frekvencia jelen van a folyadékban – Landau szerint *ez* a turbulencia.

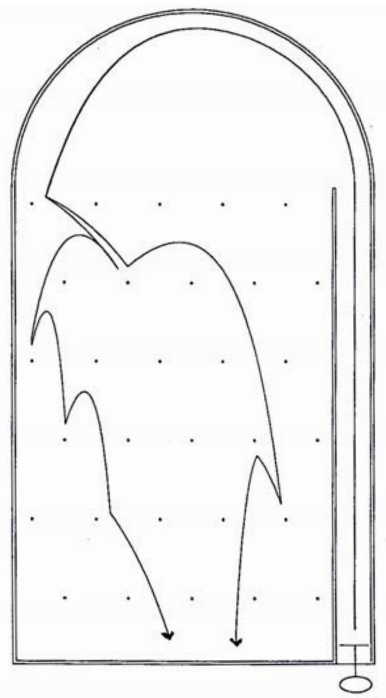
A turbulencia időbeli kialakulásának Landau-féle folyamatát numerikus kísérletekkel elsőként *David Ruelle*, *Floris Takens* és *Steven Newhouse* [1, 15], laboratóriumi kísérletekkel pedig *Harry Swinney* és *Jerry Gollub* [16] kérdőjelezte meg. Megállapításaik lényege az volt, hogy egy kvázi-periodikus mozgás már a harmadik független alapfrekvencia belépésénél instabillá válhat, és ha a rendszernek létezik különös attraktora, akkor egyidejűleg a spektrális eloszlásban szélessávú zaj jelenik meg. Ezért széles körben elfogadottá vált az a nézet, hogy a káosz megértése egyben a turbulencia megértését is jelenti majd. Napjainkra kiderült, hogy ez az optimizmus éppoly túlzott volt, mint azok a remények, amelyek a káoszelmélettől várták például a rendellenes szívműködésnek, az agy elektromos tevékenységének, a tőzsdei és piaci árfolyam-ingadozásoknak, sőt még a történelmi tárgyú eseményeknek és elbeszéléseknek is a jobb megismerését. Nem igazolódtak azok az elvárások sem, amelyeket a légkörfizikusok az 1980-as években a többdimenziós állapotvektor egyetlen mért komponensének hosszú idősorára építő, kísérleti attraktor-rekonstrukciós eljárásokhoz fűztek [17]. Alapvető szerepet játszott viszont a kaotikus dinamika a numerikus időjárás prognosztika koncepcióváltásában, amelyet a legszemléletesebben a *pillangóhatás* fejez ki.

A pillangóhatás

A kezdőfeltételekre mutatott érzékenység – tehát az a folyamat, amelynek során a kezdetben kis mértékben különböző állapotok az idő múlásával exponenciálisan (vagyis minden hatványfüggvénynél gyorsabban növekvő ütemben) térnek el egymástól – a dinamikai instabilitás következménye. A hagyományos értelemben definiált instabil állapot leggyakrabban emlegetett példája a hegyére állított ceruza. Ha ezt az állapotot kis perturbáció éri, a ceruza kibillen függőleges helyzetéből, ám mozgása a feldőlés megkezdését követően többé már nem instabil. Ezzel szemben a kaotikus viselkedést eredményező dinamikai instabilitás a mozgás (vagy állapotváltozás) minden pillanatában fennmarad; fogalmazhatunk úgy is, hogy a közeli állapotok fázistérbeli gyors távolodását *állandósult instabilitás* hozza létre.

A mozgás egész élettartama során fennálló instabilitás szemléletes példáját egy évtizedekkel ezelőtt igen kedvelt asztali szerencsejáték, a *tivoli* nyújtja, amelynek rugóval kilőtt golyói egy lejtős pályán elhelyezett tűknek sorozatosan ütközve, különböző számértékű lyukakba esnek bele. A *3. ábrán* két, közel azonos sebességgel indított golyó számítógéppel szimulált trajektóriája szerepel, figyelembe véve a súrlódás lassító hatását, valamint azt a további energiaveszteséget, amelyet a golyó egy tűnek vagy az oldalfalnak ütközésekor elszenved. A pályáknak a kezdeti sebességtől való érzékeny függősége egyértelműen megfigyelhető.

Miként a véletlen események szimbóluma az érmedobás, úgy válhatott volna a káosz szimbólumává a tivoli. Ezt a rangot azonban a „pillangóhatás” nyerte el, vitathatatlan következményeként annak, hogy James Gleick a már említett könyve első részének ezt a címet választotta. Az elnevezés eredetét meglehetős homály fedi. Az biztos, hogy először 1972 decemberében, egy rangos washingtoni tudományos konferencia meteorológiai szekciójában hangzott el, amelyet a Globális Légkörkutatási Programnak szenteltek, és ahol Lorenz *Előrejelezhetőség: Kivált-e egy brazíliai pillangó szárnycsapása tornádót Texasban?* címmel tartotta meg előadását. Lorenz érzékeny függőséget jelképező kedvelt madara korábban a tengeri sirály volt, és a brazíliai pillangóra történt címváltoztatást a szekció elnöki tisztét betöltő *Philip Merilees* hajtotta végre, de azt idő hiányában nem állt módjában a szerzővel előzetesen megbeszélni. Honnan származhatott ez az ötlete? A tudományos-fantasztikus regényeivel a második világháború után neves és sikeres íróvá vált *Ray Bradbury* egyik, *A mennydörgés hangja* című novellájában szerepel egy történelem előtti korban élt pillangó, amelynek a halála megváltoztatja egy napjainkban rendezett elnökválasztás eredményét, ám utólag kiderült, hogy Merilees nem ismerte ezt az elbeszélést. A Lorenz-féle különös attraktor képe, amely a *Légkör* 2003. évi 2. számában is megjelent, egy lepke széttárt szárnyaira emlékeztet (ezért nevezik pillangó-attraktornak is), de hogy ez a felületnél több, egy térrésznél pedig kevesebb, 2,39-dimenziós fraktálképződmény lett volna az ihlet forrása, ma már kideríthetetlen.

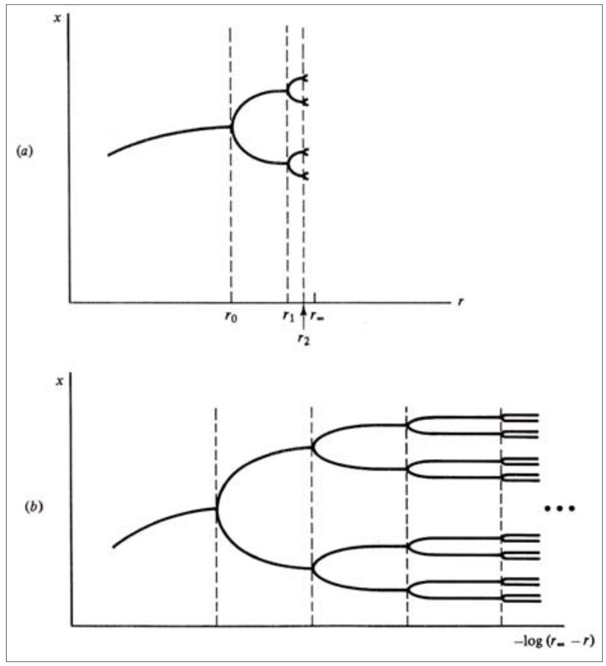


3. ábra. A tivoli csaknem egyforma sebességgel kilőtt két golyója által követett pálya.

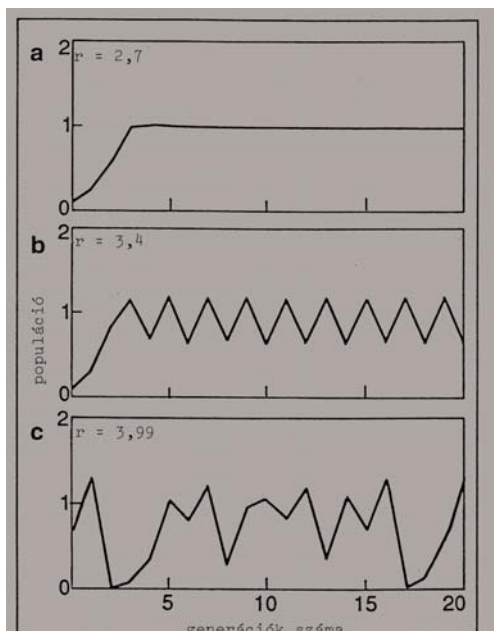
A mára világszerte közismertté vált pillangóhatás sokak szemében egy szkeptikus nézet, a „minden mindennel összefügg, tehát semmi sem lehet biztos” állítás igazának a bizonyítéka. Számunkra viszont a meteorológiai prognosztikának azt a bizonytalanságát szimbolizálja, hogy két időjárási helyzet, amely kezdetben mindössze egyetlen pillangó mozgásának a közvetlen hatásában tér el egymástól, elegendően hosszú idő elteltével akár egy tornádó megjelenésével különböző két állapotba fejlődhet. Érdemes ezt az érzékeny függőséget az egyik legegyszerűbb diszkrét idejű kaotikus dinamikai rendszer, a már említett, és a populációdinamikában igen kedvelt egydimenziós logisztikus leképezés példájával illusztrálni.

A neminvertálható logisztikus leképezést az $x_{k+1} = r x_k (1 - x_k)$ egyenlet definiálja, ahol legyen x például egy rovarfaj egyedeinek száma, amely úgy van skálázva, hogy $x = 0$ kihalást, $x \geq 1$ viszont túlszaporodást jelent. Az egyenletben rx_k a k-adik generáció által lerakott peték száma, az $(1 - x_k)$ tag pedig a populáció sűrűségének hatásából származó visszacsatolást írja le. Ezt az x változóban nemlineáris leképezést több kutató, köztük James Yorke társaságában *Robert May* az 1970-es évek első felében kezdte részleteiben elemezni, és a vizsgálatok meglepő következtetésekre vezettek [18]. Megfigyelték, hogy amikor $r < 1$, akkor $x \to 0$, és a faj kihal. Ha az r kontrollparaméter értéke az 1 és 3 közötti tartományban van, úgy a populáció valamilyen állandó x értéken stabilizálódik. Az $r = r_0 = 3$ fölötti tartományban ez a változatlanság instabillá válik, és a faj egymást követő generációinak számossága egy darabig egy magas és egy alacsony érték közötti szabályos, 2 periódusú váltakozásba kezd. Az r értékének további lassú növelésével az ingadozás egyre gyorsabb ütemben mind összetettebb lesz: az $r = r_1 = 1 + \sqrt{6} = 3{,}45$ értéktől a 2 periódusú váltakozást 4, $r_2 \approx 3{,}51$ fölött 8, majd pedig 16, 32, 64, … periódusú stabil ciklusok követik (*4. ábra);* ezt a folyamatot nevezik *periódukettőző bifurkációsorozatnak.* A váratlan fordulat a kontrollparaméter $r = r_\infty = 3{,}57$ értékénél következik be, ahonnan $r = 4$-ig a populáció már nem regulárisan ingadozik, hanem 2 periódusú jelleget, azaz végtelen számosságú periodikus ciklus egymásra helyeződéséből álló aperiodikus változékonyságot mutat (*5. ábra).* A $3{,}57 \leq r \leq 4$ tartományban azonban a populáció nem csupán szabálytalanul ingadozik, hanem a *6. ábra* tanúsága szerint annyira érzékenyen függ a kezdeti érték előírásától, hogy a populáció alakulásának hosszabb távú előrejelzése lehetetlenné válik: a logisztikus leképezés viselkedése itt már egyértelműen kaotikus.

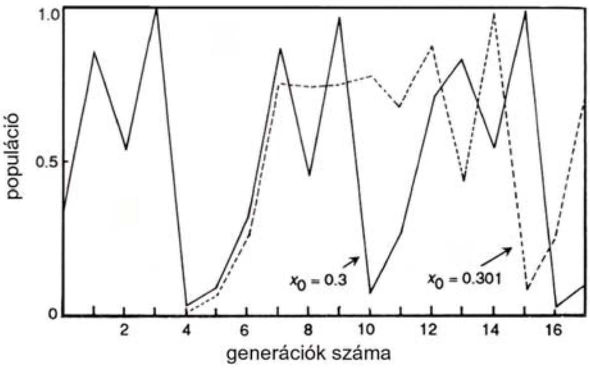
A 4. ábrán mutatott megjelenése nyomán *vasvilla-bifurkációnak* is nevezett periódukettőző kaszkád a káosz kialakulásának egyik gyakori módja, és a logisztikus leképezés további elemzésével a kaotikus jelenségek részleteinek olyan gazdag tárháza deríthető fel, hogy amikor *Robert Devaney* 1986-ban megjelentette a dinamikai rendszerekkel foglalkozó, azóta több kiadást megért tankönyvét, abban fő illusztratív példaként ezt a leképezést választotta. *Mitchell Feigenbaum* például kimutatta, hogy a stabil ciklusok r-ben mért szélességének, illetve a bifurkációsorozatban megjelenő villák ágai közötti x távolságnak a csökkenése egy-egy olyan univerzális skálafaktor, amely nem csak a logisztikus leképezésre, hanem a diszkrét és folytonos idejű dinamikai rendszerek széles osztályára jellemző [19]. Aztán a felbontás növelésével kiderült, hogy a



4. ábra. A logisztikus leképezés stabil ciklusainak pontjai a kontrollparaméter függvényében.



5. ábra. Az egymást követő generációk populációjának változása a logisztikus leképezés kontrollparaméterének különböző értékei esetén.



6. ábra. Az egymást követő generációk populációjának aperiodikus ingadozása a logisztikus leképezés kontrollparaméterének kaotikus intervallumában. A kezdeti feltétel 0,3%-os módosítása nyomán a 7. generációt követően a populáció már teljesen eltérően változik.

kontrollparaméter [r_∞, 4] kaotikus intervallumában *sűrűn* helyezkednek el stabil ciklikus állapotváltozást mutató „periodikus ablakok”: függetlenül attól, hogy ε értékét mennyire kicsinek választjuk meg, mindig találhatók olyan [$r - \varepsilon$, $r + \varepsilon$] szakaszok, amelyeken belül páratlan (3, 3×3 = 9, 3×3×3 = 27, ...) periódusú ciklusok jelennek meg, majd r értékének növelésével 3×2^m (m = 0, 1, 2, …) periódusketttőző bifurkációsorozatokon esnek át. Egy véletlenszerűen generált r értékhez mégis nullánál nagyobb valószínűséggel tartozik irreguláris viselkedési forma, tehát az [r_∞, 4] intervallumban a kaotikus állapotváltozás tekinthető tipikusnak.

De hogyan marad elegendő hely a számegyenesen ezeknek az r értékeknek a részére? A kérdés behatóbb vizsgálata már egy új témakörbe, a korábban évtizedeken keresztül csak ellenpéldák konstrukciójára érdemesített, de a káoszelmélet nyomán „létező” objektumokká előlépett *fraktáldimenziójú Cantor-halmazoknak,* továbbá a különös attraktorokra is jellemző *önhasonlóságnak* abba az érdekes világába vezet el, ahol egy struktúrának nem csak a különböző faktorokkal kicsinyített részletei hasonlítanak egymáshoz, hanem azok egyben a teljes struktúrához is hasonlóak.

A pillangóhatás felfedezése alapjaiban változtatta meg a numerikus időjárás prognosztika filozófiáját. A dinamikus meteorológia válasza az új kihívásra az *ensemble előrejelzések* módszertanának kidolgozása volt.

Determinisztikus valószínűségi előrejelzések: az ensemble prognosztika

Mivel a légköri folyamatokat kormányzó nemlineáris differenciálegyenletek numerikus integrálásához a kezdeti feltételek abszolút pontos megadása irreális célkitűzés, tehát tökéletes előrejelzések készítése még perfekt modell birtokában sem lenne megvalósítható, az elméleti és számítástechnikai háttér fejlődésével egyetlen járható út maradt: feladni a *kategorikus* prognózisok kizárólagos érvényesülésének illúzióját, és a determinisztikus alapok megőrzésével az objektív előrejelzéseket *valószínűségi formában* is prezentálni. Ehhez az eljáráshoz a lehetőséget a megfigyelések bizonytalanságának határán belül levő (tehát egyformán valószínűsíthető) *több* kezdőfeltételből indított integrációval nyert előrejelzések *együttese* jelenti, amelyet *ensemble prognosztika* néven szokás emlegetni. Az elnevezés feltehetőleg *Cecil Leith* munkájára vezethető vissza, aki az ún. *Monte Carlo-előrejelzések* elméleti beválását 1974-ben elemezve, bevezette az ensemble átlag fogalmát a meteorológiai szakirodalomba [20].

Az ensemble prognosztikához szükséges kezdeti feltételek együttesének előállítására számos módszer kínálkozik. A három legismertebb és leginkább elterjedt eljárás közül a legegyszerűbb az, amelynél a legjobbnak minősített kezdeti állapotot, a megfigyelések hibahatárán belüli intervallumban maradva, *véletlenszerűen* perturbálják (szorosabb értelemben ez a Monte Carlo-előrejelzés), és ezt a technikát alkalmazzák a többi között Kanadában és Japánban. Ennél a módszernél nincsenek közvetlenül tekintettel arra, hogy az ideális célt a prognózis adott időjárási helyzettől függő maximális bizonytalanságának a felderítése (tehát a perturbált állapotok mindenkori leggyorsabb divergenciájának a biztosítása) jelenti. Az elméleti megfontolások szerint a nagy prognosztikai modellek 10^6–10^7-dimenziós fázisterében hozzávetőlegesen száz olyan irány van, amelyek mentén a dinamikai instabilitás igazán meghatározó, tehát amely irányokban a perturbált állapotok egymástól a leggyorsabban („optimálisan”) távolodnak. Ezért nincs semmi garancia arra nézve, hogy az ensemble prognosztikához így kiválogatott néhány (vagy néhányszor tíz) perturbált kezdeti állapot többsége vagy mindegyike ezekben az instabil irányokban fog változni.

Ezen a hátrányon segít a különböző fázistérbeli irányokban leggyorsabban fejlődő perturbációk *kísérleti úton* történő „kitenyésztésének” eljárása (a *breeding módszer),* amelyet az Egyesült Államokban alkalmaznak, és amelynek a kidolgozásában és tökéletesítésében *Eugenia Kalnay*, *Tóth Zoltán* és *Szunyogh István* meghatározó szerepet játszott. De történhet az optimális válogatás *elméleti alapon,* a lineáris algebra tanítására építve is, amely szerint egy elemi perturbáció viselkedését a fejlődés kezdeti, lineárisnak tekinthető szakaszában egy olyan operátor határozza meg, amelynek a domináns szinguláris vektorai a leginkább instabil fázistérbeli irányokat jelölik ki. Ezzel a természetesen lényegesen nagyobb számítási munkát igénylő harmadik módszerrel készülnek az Európai Középtávú Időjárás Előrejelző Központ (ECMWF) ensemble prognózisai.

A perturbált kezdeti feltételekből származtatott előrejelzések, valamint a legjobbnak ítélt kezdőfeltételből indított „referencia” előrejelzés együttesének (az ECMWF-ben az 50 + 1 tagból álló ensemble-nak) a szórása alapján a prognózis mindenkori aktuális beválási valószínűsége objektíven számszerűsíthető. Az ensemble technikát kezdetben elsősorban a középtávú (10-15 napra érvényes) globális és hemiszferikus előrejelzéseknél alkalmazták, de napjainkban már a rövidebb időtávokon és a korlátos tartományú modelleknél szintén teret hódít; ilyen jellegű kutatások *Hágel Edit* közreműködésével az OMSZ Numerikus Modellező és Éghajlat-dinamikai Osztályán is folynak. Gyakorlattá vált továbbá, hogy nem csak a kezdeti, illetve a peremfeltételeket perturbálják, hanem mindazokat a bizonytalan mennyiségeket is, amelyek például a modellfizika egyik leggyengébb láncszemét alkotó blokkjában, a szubgrid-skálájú folyamatokat parametrizáló sémában szerepelnek. Ezekkel a fejlesztésekkel párhuzamosan ma mindinkább előtérbe kerül a veszélyes időjárási jelenségek dinamikai alapú, megbízhatóbb előrejelzésének igénye, amelynek a teljesítéséhez a konvektív aktivitás szimulálására alkalmas nem-hidrosztatikus modellek kidolgozása mellett egy új eljárás, a hagyományos ensemble méret többszörösével operáló „szuper-ensemble technika” ugyancsak komoly szerephez jut.

Az ECMWF előrejelezhetőséggel foglalkozó 1995-ös szemináriumán Edward Lorenz a problémát részben megoldottnak minősítette, de mint látjuk, a pillangóhatás még egy évtizeddel az előadását követően is hosszú időre biztosít további fontos és izgalmas feladatokat a prognosztikai modellek elméleti és gyakorlati fejlesztői számára egyaránt.

Götz Gusztáv

Hivatkozások

[1] Ruelle, D. és F. Takens, 1971: On the nature of turbulence. *Commun. Math. Phys.*, **20,** 167–192.

[2] Li, T.-Y. és J. A. Yorke, 1975: Period three implies chaos. *Amer. Math. Mon.*, **82,** 985–992.

[3] Kuhn, T. S., 1962: *The Structure of Scientific Revolutions.* University of Chicago Press, Chicago. (Magyar nyelven: *A tudományos forradalmak szerkezete.* Gondolat Kiadó, Budapest, 1984.)

[4] Tél T., 1998: A káosz természetrajza. *Természet Világa,* **129**, 386–388.

[5] Chirikov, B. V. és F. M. Izrailev, 1981: Degeneration of turbulence in simple systems. *Physica,* **D2,** 30–37.

[6] Trefán, Gy., P. Grigolini és B. J. West, 1992: Deterministic Brownian motion. *Phys. Rev*., **45A,** 1949–1952.

[7] Lorenz, E. N., 1993: *The Essence of Chaos.* University of Washington Press, Seattle

[8] Ruelle, D., 2000: Chaos, imprédictibilité et hasard. In *Qu'est-ce que l'Univers?* (szerk.: Y. Michaud). Odile Jacob, Paris, pp. 647–656.

[9] Tél T. és Gruiz M., 2002: *Kaotikus dinamika.* Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest

[10] Patil, D. J., B. R. Hunt, E. Kalnay, J. A. Yorke és E. Ott, 2001: Local low dimensionality of atmospheric dynamics. *Phys. Rev. Lett.,* **86,** 5878–5881.

[11] Szunyogh I., 2002: Lokálisan alacsony dimenziós viselkedés a légkörben. *Természet Világa,* **133,** 553–557.

[12] Temesvári T. és Tél T., 2006: Rendezetlenség, komplexitás és káosz: mindennapos fogalmak a modern statisztikus fizikában. *Magyar Tudomány,* **113,** 593–597.

[13] Lorenz, E. N., 1984: Irregularity: A fundamental property of the atmosphere. *Tellus,* **36A,** 98–110.

[14] Lorenz, E. N., 2006: An attractor embedded in the atmosphere. *Tellus,* **58A,** 425–429.

[15] Newhouse, S., D. Ruelle és F. Takens, 1978: Occurrence of strange Axiom A attractors near quasi-periodic flows on Tm (m = 3 or more). *Commun. Math. Phys*., **64,** 35–40.

[16] Swinney, H. L. és J. P. Gollub (szerk.), 1987: *Hydrodynamic Instabilities and the Transition to Turbulence.* Springer-Verlag, Berlin

[17] Ruelle, D., 1990: Deterministic chaos: The science and the fiction. *Proc. Roy. Soc. London,* **A427,** 241–248.

[18] May, R. M., 1976: Simple mathematical models with very complicated dynamics. *Nature*, **261,** 459–467.

[19] Feigenbaum, M., 1978: Quantitative universality for a class of nonlinear transformations. *J. Stat. Phys*., **19,** 25–52.

[20] Leith, C. E., 1974: Theoretical skill of Monte Carlo forecasts. *Mon. Wea. Rev*., **102,** 409–418.

KISLEXIKON

[Cikkeinkben csillag jelzi azokat a kifejezéseket, amelyeket a kislexikonban szerepelnek]

ensemble prediction system (EPS), azaz sokasági előrejelzések rendszere

Bonta I. és Homokiné Ujváry K.: 2005 nagy csapadékos helyzetei…

Ugyanarra az időpontra vonatkozó több párhuzamos előrejelzésből összeállított „csokor”. Az EPS segítségével megbecsülhető az előrejelzett értékek valószínűségi eloszlása. Az előrejelzések különbözhetnek a kezdeti adatokban, a peremfeltételekben, a paraméterezési eljárásokban, vagy akár az előrejelzési modell tulajdonságaiban is. (*A paraméterezésről a Légkör 2005/3. sz. Kislexikon rovatában lehet olvasni.*)

túlhűlt víz

Fövényi A.: Egy szokatlan időjárási jelenség Budapesten

Folyékony halmazállapotú, fagypont alatti hőmérsékletű vízcsepp. A túlhűlt vízcseppekből álló esőcseppek általában jégszem vagy hókristály formájában keletkeznek, majd egy felhő alatti meleg légrétegben megolvadnak. A fagypont alatti hőmérsékletet egy a földfelszín fölött elhelyezkedő hideg légrétegben érik el a cseppek. A túlhűlt víz megfagyása a földfelszínnel vagy tereptárgyakkal (növények, oszlopok, távvezetékek) történő ütközés hatására következik be.

túltelített

Fövényi A.: Egy szokatlan időjárási jelenség Budapesten

Olyan helyzet a légkörben, amikor a relatív nedvesség nagyobb, mint 100%, azaz magasabb, mint a sík vízfelszín fölött mérhető telítési érték.

goniometer

Ambrózy P. és Mezősi M.: Interjú dr. Böjti Bélával

Geometriai irányok, azaz szögek mérésére alkalmas eszköz.

szferiksz

Ambrózy P. és Mezősi M.: Interjú dr. Böjti Bélával

Villámkisülésből származó, rádiófrekvenciás – azaz a 10^4 és 10^{12} Hz közötti frekvenciatartományba eső – elektromágneses sugárzás.

fakszimile

Ambrózy P. és Mezősi M.: Interjú dr. Böjti Bélával

Rádióadás formájában kibocsátott képi információ megjelenítő készüléke. Utóda a vezetékes fakszimile, azaz a telefax.

Összeállította: Gyuró György