

Geometria Linux-módra – A DrGeo program alapjai

Általános és középiskolai matematika óráink szerves részei voltak a geometriai szerkesztések. Mindenki emlékszik arra, hogy amikor a vonalzója vagy a körzője akár 1 millimétert is elcsúszott, rögtön nem a kívánt alakzat lett a végeredmény, nem illeszkedtek az alakzatok a pontokra. Ezen szerkesztési probléma megoldására született néhány számítógépes alkotás, melynek egyik jeles képviselője a DrGeo.

© Kiskapu Kft. Minden jog fenntartva

A szerkesztési feladatok (és a matematikatanárok) mindig nagy pontosságot követelnek meg a helyes végeredményhez. Eszközeink (körző, vonalzó, stb.) pontatlansága sajnos ez ellen dolgozik. Viszont a számítógép ilyen tévedéseket nem csinál. Ezt kihasználva születtek különféle geometriai szerkesztőprogramok, közöttük Linux alá is elérhető (ingyenes) szoftverek, többek között a *DrGeo*.

A program hivatalos honlapja a <http://www.ofset.org/drgeo/> címen található, ahonnan a forráskódot, valamint a belőle készült *Debian* és *Fedora* csomagot tölthetjük le. Ezen felül a legtöbb disztribúció készítői csomagot is készítettek, így a telepítése a legtöbb esetben a csomagkezelővel könnyen megoldható. A legutolsó verzió a cikk írásának idején az 1.1.0-s (2005. júliusi kiadás), és a honlapon olvasható, 2006. október 20-án megjelent hír szerint a fejlesztő (sajnos) felhagyta a fejlesztéssel, és át kívánja adni a projektet.

Első lépések

A szerkesztések eredményei *png*, *LaTeX* és *PostScript* formátumba exportálhatóak, így egyéb dokumentumainkban felhasználhatjuk. Telepítés után a program terminálból a

drgeo

paranccsal indítható. Induláskor egy üres oldalt kapunk, amelyen egy új szerkesztést kezdhetünk a *Fájl* menüpont *Új* alpontja után az *Alakzat* lehetőséget kiválasztva. Ezután megjelenik a szerkesztéshez szükséges eszköztár is. A program „szerkesztési elve” a következő: megadhatunk ún. „szabad pontokat”, tehát amelyek helye nem rögzített, nem függ semmitől. Ezeket felhasználva lehet építkezni „kötött pontok” megadásával, illetve egyéb alakzatok szerkesztésével. Kötött pontot lehet megadni például két (tetszőleges) pont által meghatározott szakasz felezőpontjaként („középpont”), két görbe metszeteként, stb. Ezeket nyilván nem lehet szabadon mozgatni, mivel ők lényegében egy szabály eredményeként születtek. Viszont ha a felezőpont esetén az egyik „végpontot” mozgatom, akkor a felezőpont helyzete is változni fog. Lehetőségünk van az alapvető geometriai alakzatok (szakasz, egyenes, félegyenes, kör, körív, vektor, sokszög) szerkesztésére, különféle geometriai transzformációk (tengelyes és középpontos tükrözés, eltolás, forgatás, átméretezés) végrehajtására, merőleges és párhuzamos egyenesek (egy lépéses) szerkesztésére. Első pillantásra mindez nem tűnhet soknak, de nem szabad lebecsülni ezeket az „alapszerkesztéseket” mennyiségét, mivel mi se vagyunk képesek

egy körzővel, és két vonalzóval, mégis mennyi mindent lehet ezekből felépíteni.

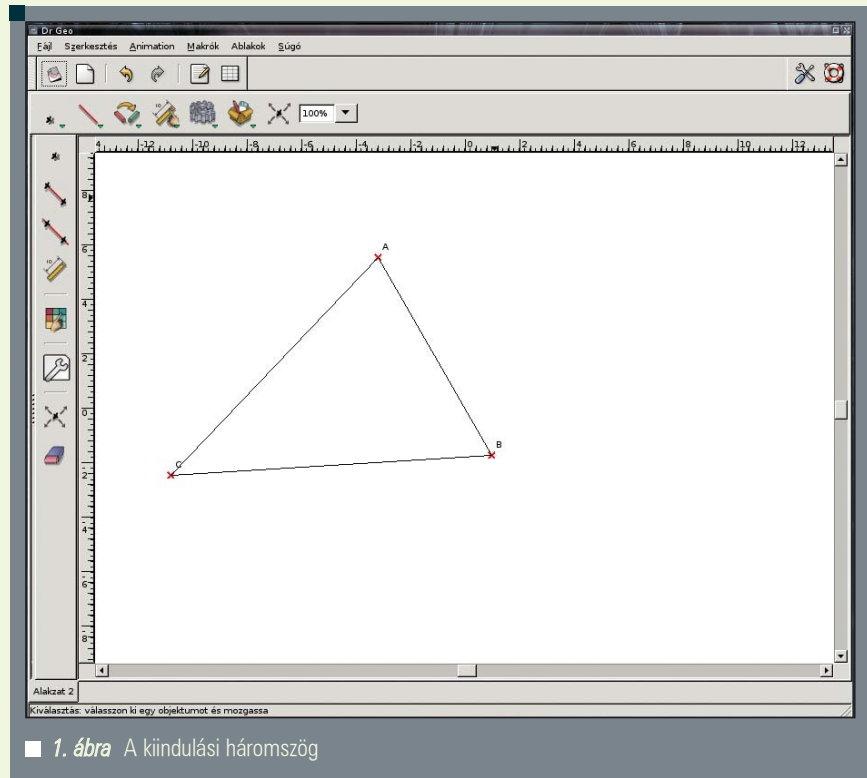
A háromszög körei

Talán az első, érdekes és nem túlzottan egyszerű szerkesztés a háromszögbe és a háromszög köré írható kör megszerkesztése volt. Tegyük mi is ezt meg, csak most körző, vonalzó és ceruza használata helyett egér és billentyűzet segítségével! Azok kedvéért, akiknek nem a geometria volt a kedvence az órákon (ilyenek bizonyára kevesen vannak), néhány szóban elevenítsük fel, hogyan is kaphatjuk meg ezen köröket! A háromszög köré írható kör (tehát egy olyan kör, amelyen a háromszög mindhárom csúcsa rajta van) középpontja a háromszög oldalainak felezőmerőlegeseinek metszéspontja, míg a beírható körének (ami egy olyan kör, melynek a háromszög oldalai a körnek egy-egy érintője) pedig a belső szögek szögfelezőinek metszéspontja.

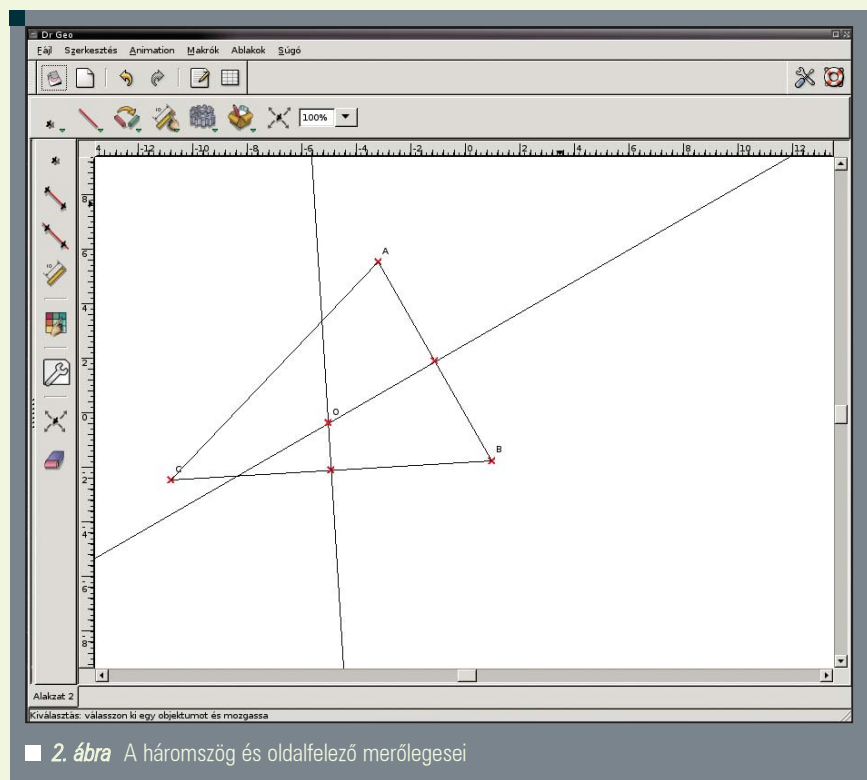
A szerkesztés

Először is egy háromszöget kellene produkálni, amelynek meg akarjuk szerkeszteni a köreit. Ez mi sem egyszerűbb: felveszünk három szabad pontot (akár az eszköztárat, akár a szerkesztési felületen jobb gombbal kattintva a *helyi menüből* a *Pont/Szabad pont* parancsot használva),

majd ezeket összekötjük egy-egy szakasszal. Ha akarjuk (már miért ne?), akkor a pontoknak nevet is adhatunk, mondjuk az A , B , C neveket (helyi menüben az *Egyéb/Kinézet*-et választva, majd a pontra kattintva előjön egy párbeszédablak, ahol a szín, formán, méreten és láthatóságon kívül az objektum nevét is beállíthatjuk). A beállítás után a szakaszok automatikusan kapnak egy-egy nevet, az AB -szakasz például $[AB]$ -t (tehát a konvenciót betartva). Ha végeztünk, akkor az 1. ábrához hasonló láthatunk. Geometriai ismereteinkből tudhatjuk, hogy az oldalfelező merőlegesek egy pontban metszik egymást (ha nem hisszük el, szerkesszük meg mindhármát, majd a háromszög csúcsait mozgassuk, és vegyük észre, hogy a három merőleges metszéspontja mindig egybeesik), tehát elegendő két oldal oldalfelező merőlegesét megszerkeszteni. Ehhez először határozzuk meg a felezőpontját mondjuk az AB és a BC szakaszoknak (*Helyi menü/Pont/Középpont*, majd kijelöljük az AB szakaszt, majd a BC szakaszt)! Ezután állítsunk merőlegest mindkét szakaszra a felezőpontban (*Helyi menü/Transzformáció/Merőleges egyenes*, majd kijelöljük az AB felezőpontját és az AB szakaszt, hasonlóan a BC szakasz esetében is)! Jelöljük ki a két felező merőleges metszéspontját (*Helyi menü/Pont/Metszéspont*, majd kijelöljük a két egyenest)! Nevezzük el az így keletkezett pontot az előbb leírt módon mondjuk O -nak! Ha ez kész van, akkor a 2. ábrához hasonló állapotban vagyunk. Ezután már csak a kört kell megszerkeszteni. A *Helyi menü/Görbe/Kör* parancs hívása után jelöljük ki az O pontot középpontnak és mondjuk a B pontot a körvonal egy pontjának! Vigyázzunk, mivel a B pont két szakaszon is rajta van, így véletlenül az egyik szakaszt jelölhetjük ki, ami azt jelenti, hogy a kör sugarát a szakasz hosszának választjuk. Ha a B pontot az egér bal gombját nyomva tartjuk, akkor az előugró menüből válasszuk ki a B pontot! Ezzel a háromszög köré írt kör megszerkesztve. Egy kicsit túl sok vonalat látunk az ábrán, nem tűnik ki a lényeg. Ezen lehet segíteni: a már említett *Helyi menü/Egyéb/Kinézet* parancsát használva a feleslegesnek tartott



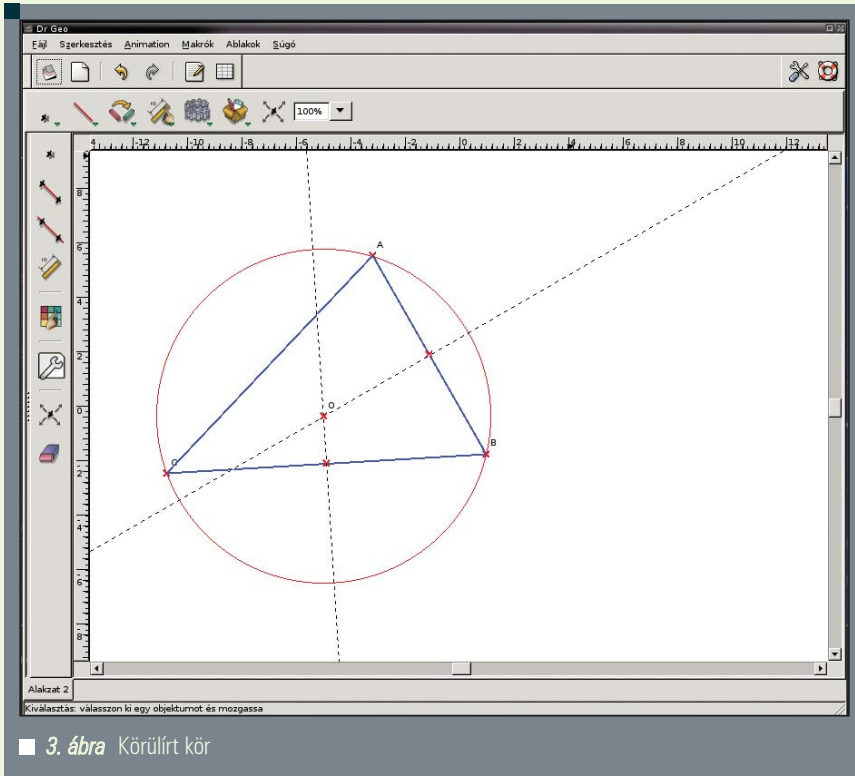
1. ábra A kiindulási háromszög



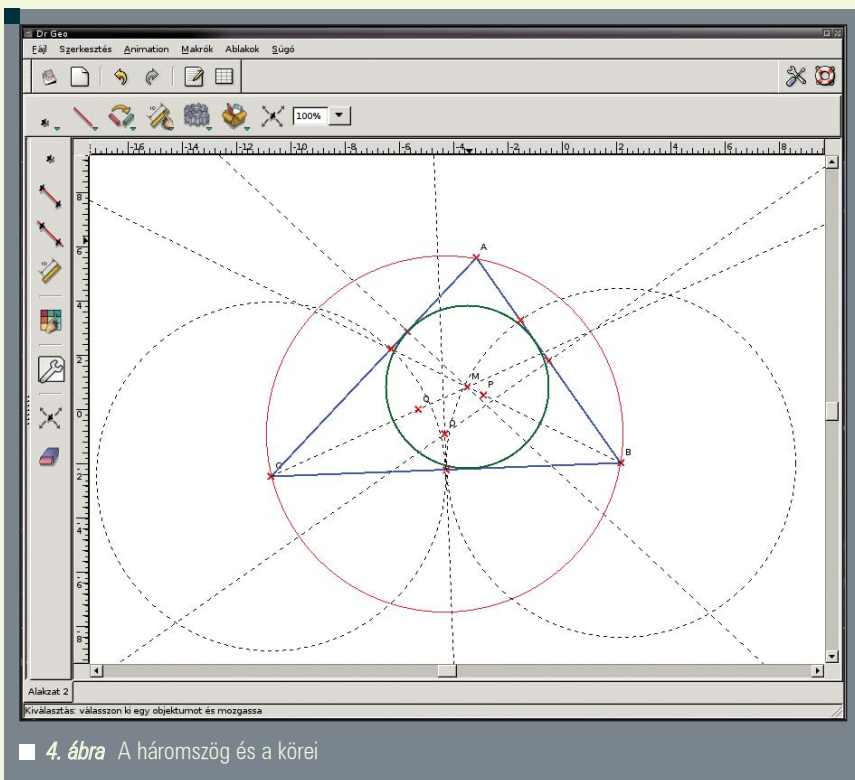
2. ábra A háromszög és oldalfelező merőlegesei

vonalakat („segédvonalakat”) eltüntethetjük, vagy szaggatottá változtathatunk, a háromszög oldalait kiemelhetjük egy szín használatával, valamint a kört is. Egy ilyen megoldás látható a 3. ábrán. A beírható kör megszerkesztéséhez először a szögfelezők metszéspontját

kell megszerkeszteni, ahhoz pedig magukat a szögfelezőket. Ehhez szerkesszünk egy B középpontú, tetszőleges sugarú kört! Mivel az, hogy „tetszőleges” sugarú, nem precíz fogalom, így legyen egy olyan kör, amelynek B a középpontja és pl. a BC felezőpontja legyen rajta



3. ábra Körülírt kör



4. ábra A háromszög és a körei

a körvonalon. Ezt hasonlóan szerkeszthetjük meg, mint az előbb a körülírt kört a középpontja és egy pontja által. Képezzük az AB szakasz és a kör középpontját! Ezen pont és a BC felezőpontja „közepét” szerkesszük meg (**Helyi menü/Pont/Középpont**), majd a két pontot kijelöl-

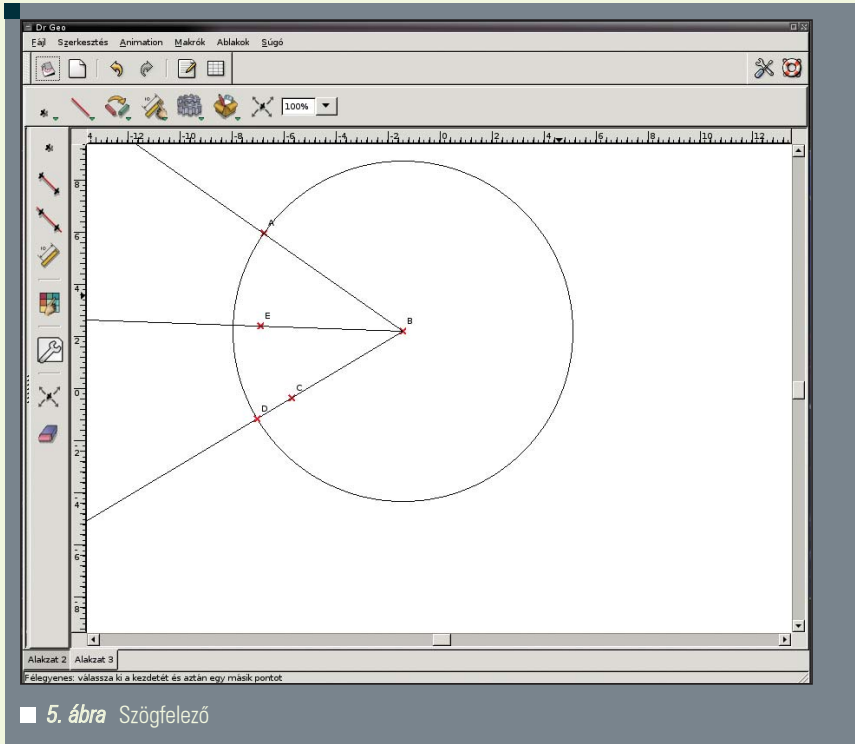
jük)! Legyen ez a P pont! A B pontból induló, P -n átmenő félegyenes (**Helyi menü/Görbe/Félegyenes**) épp a szögfelező lesz. Ugyanezt megcsinálva a C pontra, kapjuk a Q pontot és a C csúcsnál lévő szög felezőjét. Képezzük a két szögfelező metszéspontját, legyen ez az M pont!

Mivel az ábra kezd már kaotikussá válni, így a segédköröket és a szögfelezőket tüntessük el (a 4. ábrán csak szaggatott vonalak vannak jelen, hogy a kedves Olvasó lássa a szerkesztés közbülső lépését)! Ezután az M pontból (amely a belső szögfelezők metszéspontja) bocsássunk merőlegest az egyik oldalra (**Helyi menü/Transzformáció/Merőleges egyenes**, M pont és mondjuk az AC szakasz kijelölése), mivel az érintő merőleges az érintési pontba húzott sugárra! Ha meghatározzuk ezen merőleges egyenes és (esetünkben) az AC szakasz metszéspontját, akkor megkapjuk a beírt kör egy pontját, innen pedig a beírt kört az eddigiek alapján megrajzolhatjuk. A végeredmény egy kicsit csinosítva a 4. ábrán látható. A kész ábrán a háromszög csúcsait, illetve oldalait/köreit mozgathatjuk, nagyíthatjuk, közben figyelve, mi történik az ábrával.

Makrók használata

Mivel a szögfelező megszerkesztése elég hosszadalmas volt (főleg a már amúgy is sok vonalat tartalmazó ábrán), és ráadásul kétszer kellett megcsinálni (sőt, egyrészt későbbi szerkesztéseink során is nagy hasznát vehetjük, másrészt nem teljesen tökéletes, amelynek az okára az ábra „variálgatása” során rájöhettünk), így felmerülhet az a kérdés, hogy a szerkesztést nem lehetne-e automatizálni. A válasz természetesen: igen. Az „automatizálást” itt is makróknak hívják, és itt az idő, hogy rögzítsük első makrónkat, amely szögfelezőt szerkeszt.

A makró felvételéhez először meg kell szerkeszteni egy példányban a szögfelezőt, amelyet a program fog amolyan sablonként kezelni. Tehát vegyünk fel három pontot egy új szerkesztőlapra, nevezzük ki az egyik pontot (legyen B) a szög csúcának, és szerkesszük meg az ebből a pontból kiinduló, a másik két ponton átmenő félegyeneseket. Ezek lesznek a szög szárai. Ezután szerkesszünk egy kört, amelynek a középpontja a szög B csúcsa, egy rajta fekvő pont a szög egyik szárán lévő A pont! Majd képezzük a kör és a másik szög szár metszetét, amelyet nevezzünk el D pontnak, majd a D és az A pont közepét szerkesszük meg, és nevezzük el E -nek! Húzzuk meg a B



5. ábra Szögfelező

pontból kiinduló és az *E* ponton átmenő félegyeneset! Ez lesz a szögfelező. Az eredmény az 5. ábrán látható. Ezután itt az ideje, hogy megmondjuk a *DrGeo*-nak, hogy ebből egy makrórt szeretnénk csinálni. Ehhez kattintsunk a felső eszköztáron levő, fogaskerék-szerű ikonra (*Makrók* gyorstipp megjelenik, amikor az egérkurzort fölé visszük), és válasszuk ki a megjelenő

ikonok közül a felsőt (*Makró létrehozása*)! A megjelenő ablak utasításait elolvassva, az *Előre* gombra kattintva bemenetnek válasszuk az *A*, *B* és *C* pontokat (azért ebben a sorrendben, hogy majd tudjuk, hogy a szög csúcsát „jelképező” pont a középső legyen a sorban). Ezután újra *Előre*, majd kimeneti paraméternek válasszuk a szögfelezőt (*BE* félegyenes). A következő ablakban

adjuk meg a makró nevét (mondjuk *Szögfelező*), és néhány szóban a leírását (a pontok sorrendjét például javasolom beleírni, hogy később biztosan tudjuk, hogyan kell megadni a pontokat), majd az *Alkalmaz* gombbal elmenthetjük a makrónkat.

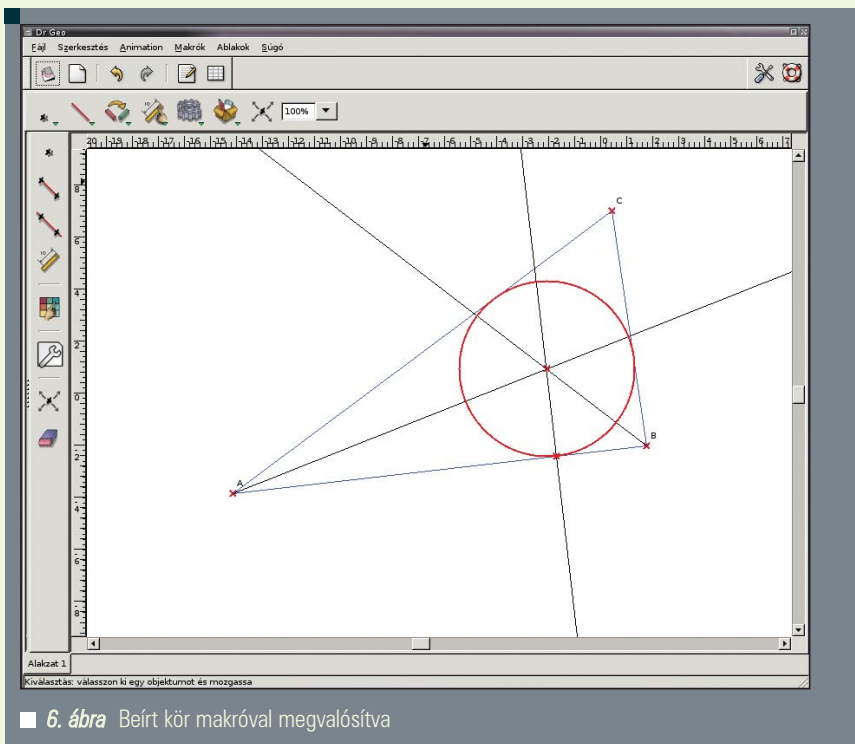
Ahhoz, hogy később is tudjuk a makróinkat, el kell mentenünk, ezt pedig a *Fájl/Több mentése* menüpontot kiválasztva tehetjük meg. Használat előtt az elmentett makrókat tartalmazó fájlt be kell tölteni!

Lássuk, hogyan lehet makrókat használni! Ha már megvan a *Szögfelező* makrónk, akkor vegyünk fel egy *ABC* háromszöget (oldalaival együtt), és a makró használatával szerkesszük meg két szög szögfelezőjét! Ez történhet a *Makrók* menüpontból a *Szögfelező* makró kiválasztásával, vagy pedig szintén a *Makró*-ikonra kattintva, az *Előkészített makró végrehajtása* ikont kiválasztva, ezek után pedig a három csúcsot megadni (vigyázzunk a sorrendre!).

A szögfelezők metszéspontjának meghatározása után bocsássunk egy merőlegest az egyik oldalra, és ezután a fentebb leírt módon megszerkesztjük a beírt háromszöget. A végeredményt (ebből semmit sem eltüntetve, a háromszöget és a kört kiemelve) a 6. ábrán láthatjuk.

Összefoglalás

A fenti néhány példa jól demonstrálja a *DrGeo* képességeit és hasznosságát. A szoftver nem csak konkrét geometriai (házi) feladat esetén lehet hasznos, hanem egyéb „szabályos” ábrák (pl. mechanikai ábrák) szerkesztésekor is. A program lehetőségei még szerteágzóbbak, egy programnyelv segítségével még precízebb, még általánosabb eljárásokat is megadhatunk, valamint animációk is készíthetők vele.



6. ábra Beírt kör makróval megvalósítva



Udvari Zsolt

(udvzsolt@gmail.com)

25 éves vagyok, egy

gimnáziumban tanítok

matematikát és fizikát.

A Linuxszal először 2004

elején talákoztam, az UHU Kamionja volt, ami elgázolt. Azóta 4-5 disztribúciót hosszabban is használtam, jelenleg egy saját építésű LFS-t nyúzok.