

ezt is feladni kényszerüljön, majd 1931. március 2-án végleg eltávozzék, szinte már életében elfeledve.



Klupathy Jenő hosszú ideig volt Eötvös Loránd adjunktusa, tehát egyik legközelebbi munkatársa a Tudományegyetemen. Több kísérletet együtt végeztek. *A fizikusok közül Klupathy készítette Magyarországon az első röntgenfelvételeket.* Ezek közül az egyik leghíresebb felvétel Eötvös kezéről készült, amely több korabeli folyóiratban is napvilágot látott és szenzációt keltett.⁷

⁷ Eötvös Loránd[!] tudományos kísérlete. *Nemzeti Ujság*, 1896. január 11.; Wartha Vince: A Röntgen-féle új fajta fotografiákról. *Természettudományi Közlöny*, 1896. 53–54.; a képet a *Vasárnapi Ujság* is közzétette, és több monográfia is átvette. Megtalálható a folyóiratunkban is, Radnai Gyula: Az Eötvös-korszak. *Fizikai Szemle* 41 (1991) 341. (Megtalálható a www.fizikaiszemle.hu honlapon.)

A geofizikus *Pekár Dezső*, Eötvös tanítványa és geofizikai kutatásainak folytatója így emlékezik vissza: „Az 1895 év végén megjelent bizonytalan újsághírek alapján Eötvös buzdítására végeztük Klupathy Jenővel együtt azokat a kísérleteket, amelyekkel Magyarországon az első Röntgen képeket előállítottuk.”⁸

Klupathy Jenőről szólva ne csak a kiváló tanárra, kísérletezőre, újítóra, tudósra, hanem a magyar ismeretterjesztésen túl a sportos élet jeles szervezőjére is emlékezzünk, hiszen 1898. november 5-én az ő szorgalmazására és közreműködésével jött létre a *Budapesti Egyetemi Athletikai Club*, azaz a *BEAC*, amelynek Eötvös Loránd tiszteletbeli elnöksége mellett Klupathy hosszú éveken át, 1912-ig volt tanárelnöke.

⁸ Pekár Dezső: *Báró Eötvös Loránd. A torziós inga ötven éves jubileumára.* Budapest, 1941. 12–13.

A FIZIKA TANÍTÁSA

MITŐL PEZSEG A PEZSGÓ?

– Hogyan mozognak a buborékok a pezsgőben?

Nagy Anett

Radnóti Miklós Gimnázium, Szeged

A fizika a körülöttünk levő világról szól, így még a legegyszerűbbnek tűnő jelenség alaposabb megvizsgálásához is nélkülözhetetlen. A pezsgős pohárban látható gyönyörű buborékláncok kialakulását és a buborékok mozgását is a fizika törvényeivel érthetjük csak meg. A következőkben megmutatjuk, hogy egy egyszerű fényképezőgép, egy számítógép, egy jó (!) pezsgőspohár és néhány üveg pezsgő segítségével hogyan mélyedhetünk el a buborékok mozgásának rejtjeleiben.

A táncoló mazsola, avagy a pezsgő ördöge

A hétköznapi eszközökkel végzett kísérletek nemcsak az iskolában használhatók fel a diákok tanítására, hanem az iskolán kívül is segíthetnek a fizika népszerűsítésében. Ezt már sokan és régen felismerték, amire jó példa lehet a következő kísérlet, amely egy 1903-ban kiadott könyvből származik. A kor hangulatát és beszédstílusát felelevenítve eredeti szövegezéssel is bemutatható és magyarázható a kísérlet. A kísérletet a leírás szerint „vidám lakoma végén kell elvégezni és magyarázatát a csodálkozó közönségnek azonnal meg kell adni” (1. ábra) [1].

Az írás témája már felbukkant egy előző cikkben, mint az egyszerű eszközökkel végezhető kísérletek egyik lehetősége: Papp Katalin, Nagy Anett: Public relation és a fizikatanítás. *Fizikai Szemle* 57/1 (2007) 18.

„Vidám lakoma végén, mikor a pezsgős palackok szaporán ürülnek és szítják a jókedvet, ajánlkozzál, hogy földézed a társaság megrettentésére magát a Sátánt, mégpedig anélkül, hogy a középkorban dívott hókuszpókuszhoz folyamodnál. A csemegés táblból

1. ábra. A pezsgőben fel-le mozgó szőlőszem egy léchez köthető, melynek másik végére kis tárgyak helyezhetők.



keress ki egy nagyobb szem jó száraz malaga-szőlőt, töltsd egy poharat tele pezsgóval és ejtsd bele a malaga-szőlő szemet. Csakhamar megindul a produkció. A pezsgőborból kifejlődő szén-sav apró buborékokban lepi el a szőlőszemet s olyan hatással van rá, mintha valamely tárgyat léggömbök emelnének föl. Néhány másodperc alatt a szén-sav-buborékok fölemelik a szőlőszemet a pohár felszínére. A szőlőszemről azonban, mielőtt a pohár felszínére ér, elillannak a szén-sav-buborékok, a szőlőszem visszanyeri súlyát és lemerül a pohár fenekére. A pohár mélyén a szén-sav-buborékok aztán újra megkönnyítik a szőlőszemet, az újra felemelkedik, aztán megint lemerül s ez a hintázás eltart vagy tíz percig, amíg tudniillik a pohárban levő pezsgóból a szén-sav mind el nem szállt.”

A CO₂ buborékok mérete és mozgása

Ez a látszólag egyszerű jelenség számos kérdést vet fel. Mitől „pezseg” a pezsgó? Mitől alakulnak ki a buborékok a pezsgóban és miért alkotnak hosszú láncot miközben a felszínre jönnek? Milyen törvények írják le a buborékok mozgását?

Az első kérdésre az a válasz, hogy a pezsgó oldott szén-dioxidot tartalmaz, még hozzá magasabb koncentrációban, mint a folyadék feletti levegő. A gyártás során a 200–500 kPa nyomáson megtöltik szén-dioxiddal az üveget, majd beletöltik a folyadékot (pezsgő, ásványvíz, üdítő). A gázok oldódási képessége növekszik a felette levő gáz nyomásának növelésével. A zárt, feltöltött üvegben a folyadék felszíne felett dinamikus egyensúlyi állapot alakul ki a folyadékban oldott és a gáz állapotú CO₂ között. Minél hidegebb az üdítő vagy a sör, annál nagyobb az oldott állapotú CO₂ mennyisége. Amint felnyitjuk az üdítő üveget, az egyensúly felborul és az oldott állapotú gáz buborék formájában fokozatosan elhagyja a folyadékot.

Érdeemes megvizsgálni, hogy arányában átlagosan mennyi szén-dioxid szabadul fel a szénsavas üdítők-ből. Az üvegek címkéjén található adatok szerint a legtöbb üdítőital legalább 4,9 g CO₂-t tartalmaz literenként. A periódusos rendszer szerint a CO₂ moláris tömege 44 g. Egy mol gáz térfogata normál légköri nyomáson és szobahőmérsékleten 25 dm³. Ezek alapján az ideális gáztörvény segítségével megbecsülhető egy 0,5 literes üdítőben található oldott CO₂ térfogata:

$$V_{\text{CO}_2} = \frac{4,9 \frac{\text{g}}{\text{l}} \cdot 0,5 \text{ l}}{44 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \cdot 25 \frac{\text{l}}{\text{mol}} \approx 1,4 \text{ l} \quad (1)$$

Vagyis a kapott térfogat majdnem háromszor akkora, mint az üdítőital térfogata! A meglepő eredményt értelmezve a diákok egy része felveti, hogy az oldott gáz egy része nem tudja elhagyni a folyadékot, hiszen a körülöttünk levő normál légköri nyomás 100 kPa. Vegyük figyelembe tehát azt, hogy az üdítő üvegekben túlnyomás uralkodik, átlagos esetben ez a normál

légköri nyomás kétszerese. Ezek alapján a 0,5 literes üdítő üvegből felszabadult CO₂ térfogata 0,7 dm³. Tehát a szénsavas üdítőitalban oldott gáz térfogata nagyobb mint a folyadék térfogata [2].

A második kérdés megválaszolásához figyeljük meg a buborékképződés mechanizmusát. A folyadék belsejében a gáz apró buborékokban gyűlik össze, amelyek elérve egy bizonyos kritikus méretet feljönnek a felszínre. A buborékok azonban nem a folyadék belsejében keletkeznek, hanem a pohár belső felületén bizonyos pontokban. A felszín mikroszkopikusan kicsiny sérüléseiben megfelelőek a feltételek a buborékképződésekhez. A mazsola, földimogyoró vagy más tárgyak nem szabályos felszínük miatt szintén jó lehetőséget biztosítanak a buborékok kialakulására. A keletkező buborékok akkor szakadnak le a pohár felszínéről, amikor már elérték egy kritikus méretet. Ekkor a rájuk ható felhajtóerő meghaladja a buborék és az üveg között fellépő adhéziós kölcsönhatás nagyságát. Ez azonban nagyon rövid idő alatt bekövetkezik, mivel *Ucke* szerint [5] a felhajtóerő a buborék térfogatával, vagyis a sugár harmadik hatványával arányosan nő, míg az adhéziós erő legfeljebb a buborék felületével, így a sugár négyzetével arányos. Ez azt jelenti, hogy az adhéziós erő a buborék sugarának növekedésével lassabban nő mint a felhajtóerő. Miután a buborék elhagyja keletkezési helyét, ott egy újabb keletkezik, ami szintén elérve a kritikus tömeget követi az előző buborékot egészen a felszínig. A buborékok mozgását alaposabban megfigyelve látható, hogy a buborékok mérete egyre növekszik miközben feljutnak a folyadék felszínére. A vizsgált folyadékban a pohár faláról levált buborékok mérete legalább a kétszeresére nő, amíg a felszínre jutnak. Ha ez a növekedés a hidrosztatikai nyomás csökkenésével lenne magyarázható, akkor a pohár alján a nyomásnak kétszer nagyobbak kellene lennie a normál légköri nyomásnál. Ez azt jelentené, hogy a buboréknak legalább 10 m-t kellene emelkednie a folyadékban. Egy átlagos pohár magassága 15–20 cm. Tehát a buborékok méretének növekedése nem magyarázható a hidrosztatikai nyomás csökkenésével. A buborékok mérete azért növekszik a felszínre jutás során, mert nemcsak a keletkezéskor, hanem a mozgás során is CO₂ molekulák jutnak a buborékokba.

Érdeemes néhány számítást elvégezni a széndioxid-buborékok mozgásával kapcsolatban. Amint az üdítő üveget kinyitjuk, az oldott szén-dioxid parciális nyomása a folyadékban nagyobb, mint a buborékokban levő szén-dioxid nyomása, ezért az oldott szén-dioxid a buborékba áramlik. Mivel ez a nyomáskülönbség megközelítőleg állandó a felnyitás után bizonyos ideig, feltételezhetjük, hogy a buborék méretének növekedése arányos a buborék felszínének változásával [3].

Ha feltételezzük, hogy a buborék megközelítőleg gömb alakú, és N a buborékon belüli a széndioxid-molekulák száma, γ pedig az arányossági tényező, akkor jó közelítéssel

$$\frac{dN}{dt} = \gamma 4 \pi r^2. \quad (2)$$

Ez az összefüggés azért írható fel ilyen egyszerű formában, mert az üdítő ital állandó hőmérsékletet, a légkör pedig állandó nyomást biztosít. Tegyük fel azt is, hogy a pezsgőben, vagy az üdítőben található szénsav eleget tesz az ideális gázok állapotegyenletének, ahol tehát a nyomás és a hőmérséklet állandónak tekinthető a megfigyelés idejére:

$$pV = NkT, \quad (3)$$

ahol p , T és V a buborék nyomása, hőmérséklete és térfogata. Mivel p és T állandó, az idő szerinti differenciálva az egyenlet mindkét oldalát a következő eredményre juthatunk:

$$\frac{dN}{dt} = \frac{p}{kT} \frac{dV}{dt} = \frac{p}{kT} 4\pi r^2 \frac{dr}{dt}. \quad (4)$$

A 2. egyenlet felhasználásával:

$$\frac{\gamma kT}{p} = \frac{dr}{dt}. \quad (5)$$

A differenciálegyenlet megoldása: $r = r_0 + ut$, ahol r_0 a kezdeti sugár és $u = \gamma kT/p$, a buborék sugarának növekedési sebessége. A buborékok növekedésével kapcsolatos elméleti modell helyességének igazolására érdemes kísérleti eljárást kidolgozni. Mivel a pezsgőben vagy a sörben a buborékok gyönyörű láncot alkotva (2. ábra) jutnak a felszínre, lehetőségünk van néhány egyszerű mérés elvégzésére [3].

Az előbbieket szerint a pohár felszínén, bizonyos pontokban keletkeznek a buborékok, majd egy kritikus méretet elérve elhagyják keletkezési helyüket. Amint elváltak a pohár felszínétől, az adott pontban újabb buborék keletkezik. Mivel minden buborék ugyanazon a folyamaton megy keresztül, feltételezhetjük, hogy megközelítőleg egyenlő idők telnek el a buborékoknak a pohár felszínéről való leválása között. Így ha megszámoljuk, hogy a buborékláncban adott idő alatt hány buborék jut el a felszínre, következtethetünk a buborékok felszínről való leválásának sebességére. A kísérletet sörrel elvégezve azt tapasztaltuk, hogy átlagosan 112 buborék ért az adott láncból a folyadék felszínére 1 perc alatt. Ez azt jelenti, hogy 0,53 másodpercenként hagyja el egy-egy buborék a pohár felszínének adott pontját. A kísérletet száraz pezsgővel végezve 20 s alatt átlagosan 70 buborékot számoltunk meg, amely azt jelenti, hogy egy buborék keletkezéséhez és elszakadásához átlagosan 0,28 másodpercre van szükség.

A buborékok méretének vizsgálatakor nem szabad figyelmen kívül hagynunk, hogy mind a folyadék, mind a pohár fala megváltoztatja a buborék látszólagos méretét. A buborékok nagyobbak látszanak, mint amilyenek valójában. A buborékok tényleges sugarát és a közöttük levő távolságot például egy ismert



2. ábra. A pezsgőben kialakuló buboréklánc

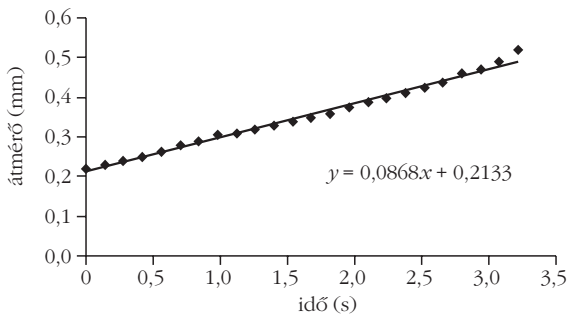
1. táblázat

A buborékok mozgását jellemző mennyiségek

a buborék korrigált átmérője (mm)	a buborékok keletkezése közötti idő (s)	távolság a buborékok között (mm)	a buborék által megtett út (mm)
0,220	0,00	0,00	0,00
0,230	0,14	0,52	0,52
0,240	0,28	0,66	1,18
0,250	0,42	0,79	1,97
0,265	0,56	0,87	2,84
0,280	0,70	1,05	3,89
0,290	0,84	1,15	5,04
0,305	0,98	1,36	6,40
0,310	1,12	1,40	7,80
0,320	1,26	1,70	9,50
0,330	1,40	1,81	11,31
0,340	1,54	2,01	13,32
0,350	1,68	2,49	15,81
0,360	1,82	2,48	18,29
0,376	1,96	2,79	21,08
0,390	2,10	2,93	24,01
0,400	2,24	3,20	27,21
0,411	2,38	3,92	31,13
0,425	2,52	4,02	35,15
0,440	2,66	4,31	39,46
0,460	2,80	4,52	43,98
0,470	2,94	4,47	48,45
0,490	3,08	4,63	53,08
0,520	3,22	4,40	57,48

átmérőjű, azonos távolságokban megjelölt drót segítségével mérhetjük meg. Helyezzük a drótot a folyadékba a buboréklánc mellé. Fényképezzük le a buborékokat a dróttal együtt. A képet kinagyítva a drót valódi átmérőjének és a beosztások közötti távolságnak az ismeretében meghatározható a buborék sugarának változása a felszínre jutás során. Kísérletünkben a függőleges mozgás miatti esetleges torzulás elkerülése végett a buborékok horizontális átmérőjét hasonlítottuk össze a drót vastagságával, amiből meghatároztuk a nagyítás mértékét a pohár aljától való távolság függvényében.

Meg kell jegyeznünk azonban, hogy a fényképek felbontóképességének határa miatt a buborékok átmérőjének leolvasása kis bizonytalanságot rejt magában. A minél pontosabb eredmények érdekében a nagyon kis expozíciós idővel (1/800 s) készített fényképeket az AUTOCAD program segítségével elemeztük ki, amellyel a buborékok átmérőjét a fénykép igen nagy nagyíthatóságának köszönhetően viszonylag pontosan le tudtuk olvasni ($\pm 0,01$ mm). A pontosabb mérés érdekében a kísérletet megismételtük egy kis méretű, párhuzamos falú üveggáddal is, amely esetben a nagyítás miatti korrekció értéke a párhuzamos falak következtében állandó. A mérési eredményeket az 1. táblázat tartalmazza.



3. ábra. A buborék átmérője az idő függvényében

Vizsgáljuk meg, hogy a buborék átmérője hogyan változik az idő függvényében. Feltételezhetjük, hogy a buborék mérete az eltelt idővel arányosan nő a diffúzió miatt. A buborékok átmérőjét az idő függvényében ábrázolva lineáris függvényt kapunk (3. ábra), amelynek meredeksége a buborék növekedési sebességét adja számértékben, míg tengelymetszete a buborék kezdeti méretét a leválás pillanatában.

A buborék kezdeti átmérőjére 0,2133 mm-t kapunk, míg a növekedés sebességére 0,0868 mm/s adódott.

Mivel a buborék mérete növekszik, a felemelkedési sebessége is egyre nagyobb lesz. Ez a fényképeken is jól látszik, mert a buborékok közötti távolság a pohár aljától távolodva nő. Feltételezhetjük, hogy a buborék keletkezése és elszakadása a felszíntől egyenlő időközönként történik. Tehát a buborékok által egységnyi idő alatt a keletkezési ponttól megtett utakat ábrázolva az idő függvényében egy gyorsuló mozgás grafikonját kaphatjuk (2. táblázat, 4. ábra).

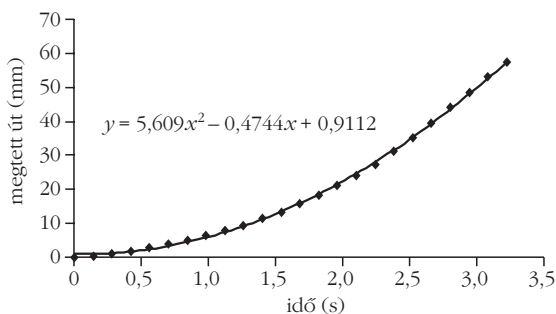
A grafikonra egy másodfokú függvényt illesztünk, amelyről a gyorsulás értéke meghatározható. Mivel az egyenletesen változó mozgás úttörvénye:

$$s = \frac{a}{2} t^2 + v_0 t + y_0$$

alakú, ezért a gyorsulás értéke $a = 11,218 \text{ mm/s}^2$.

A buborékok gyors mozgása miatt a hosszabb expozíciós idejű felvételeken a buborék éles körvonala helyett egy kis csík látható, amelynek hossza arányos a buborék pillanatnyi sebességével (5. ábra). Ezek a felvételek ezért alkalmasak arra, hogy másik módszerrel is meghatározzuk a buborékok gyorsulását. Ha az expozíció ideje 1/15 s, akkor ez azt jelenti, hogy a buborék 1/15 s alatt az adott csíknak megfelelő, azzal azonos hosszúságú utat tett meg. Így a vonalak hosszának ismeretében a buborék sebessége

4. ábra. A buborék által megtett út az idő függvényében



2. táblázat

A buborékok nyomképének hossza és az emelkedés sebessége 1/15 s záridő esetén

a buborékok keletkezése közötti idő (s)	a nyomkép vonal hossza (mm)	emelkedési sebesség (mm/s)
0,00	0,34	5,10
0,14	0,40	6,00
0,28	0,43	6,45
0,42	0,49	7,35
0,56	0,54	8,10
0,70	0,66	9,90
0,84	0,75	11,25
0,98	0,87	13,05
1,12	0,94	14,10
1,26	1,04	15,60
1,40	1,14	17,10
1,54	1,33	19,95
1,68	1,44	21,60
1,82	1,50	22,50
1,96	1,59	23,85
2,10	1,71	25,65
2,24	1,88	28,20
2,38	2,01	30,15
2,52	2,12	31,80
2,66	2,25	33,75
2,80	2,34	35,10
2,94	2,45	36,75
3,08	2,55	38,25
3,22	2,79	41,85

számolható. A mérési eredményeket a 2. táblázat tartalmazza.

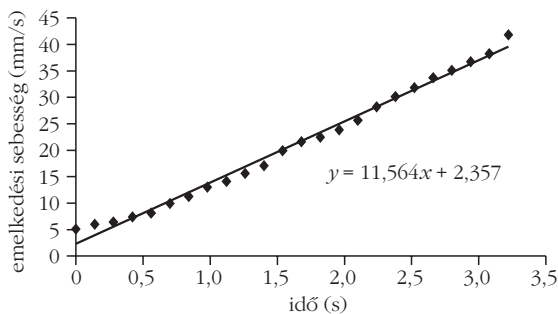
Ha a buborékok sebességét az idő függvényében ábrázoljuk (6. ábra), akkor egy lineáris függvényt kapunk, melynek meredeksége a buborék gyorsulása. A kísérletben a gyorsulás értékére 11,564 mm/s²-t

5. ábra. A buborékok mozgását jellemző nyomvonal

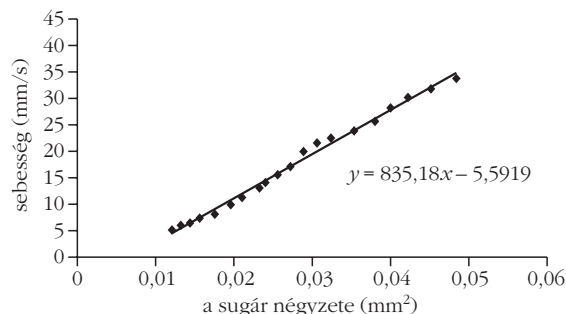


kaptunk, ami jól egyezik a másik eljárással meghatározott gyorsulás értékével.

A buborék mérete és felemelkedési sebessége közötti kvantitatív összefüggés nagyon bonyolultan adható meg. Egy adott méretű buborék esetén azonban könnyen megbecsülhető. Most vizsgáljuk meg, hogy mi miatt és hogyan emelkednek a buborékok a folyadékban. Mivel a CO₂ sűrűsége kisebb, mint az őt körülvevő folyadék sűrűsége, ezért a buborék a pohárban felfelé mozdul el. Mozgását a felhajtóerő, a gravitációs erő és a közegellenállási erő együttesen határozza meg.



6. ábra. A felemelkedés sebessége az idő függvényében



7. ábra. Az emelkedés sebessége a sugár négyzetének függvényében

A felhajtóerő Arkhimédész törvénye szerint arányos a gömb alakú buborék által kiszorított folyadék térfogatával. Tételizzük fel, hogy a gáz sűrűsége jóval kisebb mint a folyadék sűrűsége:

$$F \approx V \rho_f g, \quad (6)$$

ahol V a buborék térfogata, ρ_f a folyadék sűrűsége, g pedig a gravitációs gyorsulás. Tételizzük fel azt is, hogy a buborék olyan kicsi és annyira lassan halad, hogy mozgása során mindvégig megőrzi gömb alakját. Ekkor a felhajtóerő a buborék sugarának köbével arányos:

$$F_b \approx \frac{4 \pi r^3}{3} \rho_f g. \quad (7)$$

A buborékot mozgása során a közegellenállási erő lassítja. Általánosságban az emelkedő buboréokra ható közegellenállási erő a sugár, az emelkedési sebesség, a viszkozitás, a sűrűség és a folyadék felületi feszültségének összetett függvénye [4].

Ha feltesszük, hogy az emelkedő buborék adott méretű, akkor egy bizonyos idő után sebessége elér egy állandó értéket, amikor is a felhajtóerő kiegyenlíti a közegellenállási erőt. Azonban a diffúzió miatt a buborék sugara folyamatosan nő, a felhajtóerő a sugár köbével arányosan nő, amivel a közegellenállási erő nem tud egyensúlyt tartani, hiszen az a sugár négyzetével, azaz kevésbé növekszik. Tehát a felfelé mutató felhajtóerő gyorsabban nő, mint a lefelé mutató közegellenállási erő, a buborék ezért gyorsuló mozgást végez. Ez magyarázza azt, hogy a buborékláncban a buborékok a pohár alján kisebbek és közelebb vannak egymáshoz, mint a felszín közelében.

A buborék mozgásának jellemzéséhez írjuk fel a dinamika alapegyenletét:

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} = F_{felb} + F_{közeg} \left(\frac{dz}{dt}, r \right), \quad (8)$$

ahol m a buboréknak és annak a folyadéknak az együttes tömege, melyet a buborék mozgása során magával visz, dz/dt a buborék emelkedési sebessége. Ha feltesszük, hogy a buborékra ható gravitációs erő jóval kisebb, mint a közegellenállási és a felhajtóerő, az egyenlet a következő alakot veszi fel:

$$F_{közeg} \left(\frac{dz}{dt}, r_0 + ut \right) = \frac{-4 \pi (r_0 + ut)^3}{3} \rho_{foly} g. \quad (9)$$

Az egyenlet megoldása független a buborék kezdeti sebességétől. A közegellenállási erő meghatározása igen összetett feladat viszkózus közegben mozgó buborék esetére, ezért empirikusan meghatározott korrelációk segítségével jósolhatjuk meg a mozgást.

Ha a Stokes-törvény segítségével írjuk fel a közegellenállási erőt, akkor

$$F_s = 6 \pi \eta r v,$$

ahol például $\eta(20 \text{ }^\circ\text{C}) = 0,001 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ a víz (a folyadék) viszkozitása, $r = 0,1 \text{ mm}$ egy átlagos buborékméret röviddel az elszakadás után, v pedig a felfelé mozgás sebessége [5, 6]. Ezen összefüggések felhasználásával a következő eredményt kapjuk, ami összhangban van a megfigyelés tapasztalataival:

$$v = \frac{2 g \rho_L r^2}{9 \eta} = 2 \frac{\text{cm}}{\text{s}}. \quad (10)$$

Az összefüggés alapján tehát az várható, hogy a buborék emelkedési sebessége a sugár négyzetével arányosan változik. Ha tehát a sebességet a sugár második hatványának függvényében ábrázoljuk, akkor jó közelítéssel lineáris grafikont (7. ábra) kell kapnunk [7].

Az egyes meredeksége $835,18 \text{ mm}^{-1} \text{ s}^{-1}$, ami – a megfelelő adatok behelyettesítése után – durva közelítésben megegyezik az előbbi levezetésben kapott együttható értékével.

Irodalom

1. Good A.: *Tom Tit második száz legújabb kísérlete*. Atheneum, Budapest, 1893.
2. Planinsic G.: Fizziology. *Physics Education* 39/1 (2004) 65–68.
3. Shafer N., Zare R.: Through a beer glass darkly. *Physics Today* (1991) October, 48–52.
4. Krishna R., Baten J. M.: Simulating the motion of gas bubbles in a liquid. *Nature* 398 (1999) March, 208.
5. Ucke Ch. Schlichting H. J.: Why does champagne bubble? *Physics and Technology Quest* 2/1 (1997) 105–108.
6. Litz J.: *Hőtan*. Dialóg Campus Kiadó, Pécs–Budapest, (2001) 504.
7. Vermillion R. E.: A look at some rising bubbles. *American Journal of Physics* 43/2 (1975) 177–179.