Tudod-e?

Az első kozmikus sebesség

1. Naprendszerünk bolygóinak első kozmikus sebességei

Naprendszerünk központi égiteste a Nap, amely körül kilenc nagybolygó (egyeseknek holdjuk is van), több mint 50 000 kisbolygó (aszteroida), egész raj üstökös és számtalan meteor kering bolygóközi por és gáz közepette (1. táblázat).

A bolygók mozgásaira vonatkozóan a 2. táblázat tartalamz adatokat. Megjegyzés: a csillagászati egység (Cs.E.) a Föld és a Nap közötti közepes távolságot jelenti:

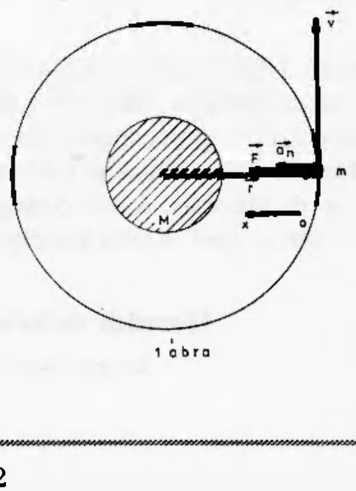
$$1 \text{ Cs.E.} = 1{,}495 \; 10^{11} \text{ m}$$

Az égitestek elnevezése	Szám	Tömeg A Föld tömege = 1	Átmérő km
NAP	1	332 000	1392 000
BOLYGÓK	9	446,8	143650-4840
HOLDAK	44	0,12	5000-10
ASZTEROIDÁK	kb 50000	0,01-0,1	750-1
ÜSTÖKÖSÖK	10^7-10^{10}	0,1	Mag: 100-1

1. táblázat

A bolygó neve	A Naptól való közepes távolsága [Cs.E.]	A keringési ideje [földi év]	A tengely körüli forgásának időtartama
MERKUR	0,387	0,241	59 nap
VÉNUSZ	0,723	0,615	243 nap
FÖLD	1,000	1,000	$23^h 56^{min} 4^s$
MARS	1,524	1,888	$24^h 37^{min} 23^s$
JUPITER	5,203	11,862	$9^h 50^{min}$
SZATURNUSZ	9,539	29,458	$10^h 14^{min}$
URÁNUSZ	19,191	84,022	15^h
NEPTUNUSZ	30,060	164,771	10^h
PLUTÓ	39,518	248,430	153^h

2. táblázat



1 ábra

Valamely bolygó körül körpályán mozgó műhold sebességét első kozmikus sebességnek nevezzük (1. ábra).

Az M tömegű bolygó körül r sugarú körpályán keringő m tömegű műhold mozgását Newton II. axiómája, az $\mathbf{F} = m\,\mathbf{a}_n$ (a kövérrel szedett betűk vektormennyiségeket jelölnek) határozza meg (1-es ábra). Az F, az általános tömegvonzási erő, amely a két égitest közt hat, s értéke:

$$\mathbf{F} = -k\frac{M\,m}{r^3}\,\mathbf{r}$$

ahol k a gravitációs állandó.
Az előbbi két összefüggést egybevetve, írhatjuk:

$$-k\frac{M\,m}{r^3}\,\mathbf{r} = m\,\mathbf{a}_n$$

Az összefüggést skaláris alakra átírva: $k\dfrac{M\,m}{r^2} = m\,\mathbf{a}_n$

Figyelembe véve, hogy $a_n = v^2/r$, kapjuk:

$$v = \sqrt{k\frac{M}{r}}$$

amely épp az első kozmikus sebesség.

Látható, hogy az első kozmikus sebesség az r távolság négyzetgyökével fordítottan arányos (2. ábra).

Ha a műhold nagyon közel kering a bolygó körül ($r \approx R$), akkor

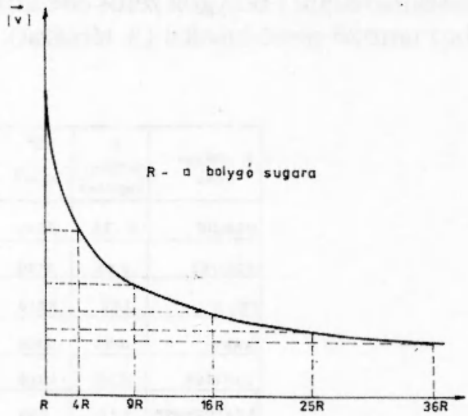
$$v_o = \sqrt{k\frac{M}{R}}$$

a zérós első kozmikus sebesség nevet viseli.

Tekintetbe véve, hogy

$$M = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho \quad (1)$$

ahol ρ a bolygó közepes sűrűsége, akkor a zérós első kozmikus sebesség képlete így is írható:



2 ábra

$$V_o = 2R\sqrt{\frac{\pi k \rho}{3}}$$

Számítsuk ki a Föld-bolygó esetében a zérós első kozmikus sebességet, ismerve a Föld közepes sűrűségét ($\rho = 5516\ kg/m^3$), a Föld közepes sugarát ($R = 6371$ km) és a gravitációs állandó értékét ($k = 6{,}673\ 10^{-11} m^3/kg\ s^2$):

$$Vo = 2\ 6371\ 10^3\sqrt{\frac{1}{3}\ 3{,}1415\ 6{,}673\ 10^{-11}\ 5516} = 7911\ (m/s) = 7{,}911\ (km/s)$$

A műhold bolygókörüli keringésideje (periódusa):

$$T = 2 \pi r / v = 2 \pi r \sqrt{\frac{r}{k M}} \quad (2)$$

A zérós első kozmikus sebességnek megfelelő periódus:

$$T_o = 2 \pi R \sqrt{\frac{R}{k M}}$$

S az (1)-es összefüggés figyelembevételével kapjuk: $T_o = \sqrt{\frac{3 \pi}{k \rho}}$
ahonnan látható, hogy ezt a periódust a gravitációs állandón kívül csak a bolygó közepes sűrűsége határoz meg.

Földünk esetében a zérós első kozmikus sebességhez tartozó periódus:

$$T_o = \sqrt{\frac{3 \; 3{,}1415}{6{,}67310^{-11} \; 5516}} = 5060{,}0 \text{ (s)} = 1{,}40557 \text{ (h)}$$

Naprendszerünk többi bolygójának sugarai és sűrűségei ismeretében kiszámíthatjuk a bolygók zérós első kozmikus sebességeit, s e sebességekhez tartozó periódusokat (3. táblázat).

A bolygó neve	R A Föld sugara=1	ρ kg/m^3	v_o km/s	T_o (s)	(h)
MERKUR	0,38	5500	3,001	5066	1,407
VÉNUSZ	0,96	5100	7,301	5262	1,461
FÖLD	1,00	5516	7,909	5060	1,405
MARS	0,53	3900	3,525	6016	1,671
JUPITER	10,95	1340	42,684	10263	2,851
SZATURNUSZ	9,14	700	25,751	14 204	3,945
URÁNUSZ	3,90	1400	15,539	10042	2,789
NEPTUNÚSZ	3,50	2200	17,482	8010	2,225
PLUTÓ	0,39	10 000	4,153	3757	1,044

3 táblázat

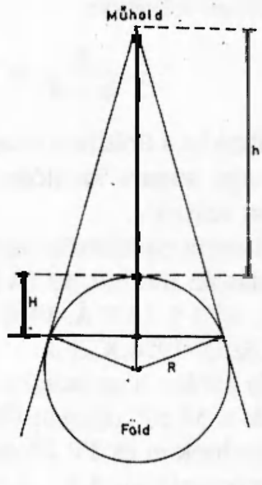
2. Geosztacionárius műholdak

A Föld közelében keringő műhold periódusa 5060 s = 1 h 24 min 22 sec lenne (a levegő közegellenállása viszont nem teszi lehetővé kb. 100 km magasság alatti űrhajóspályák létrehozását). A (2)-es képletből látható, hogy a műhold Föld körüli keringésének ideje változik a repülés magassága függvényében. Világos, hogy egy bizonyos magasságban a műhold keringési ideje éppen 23 h 56 min 4 sec (csillagászati nap). Ha a műhold épp az Egyenlítő síkjában mozog, nyugatról kelet felé, a fenti keringési időnek megfelelő sebességgel, akkor szögsebessége éppen egyenlő lesz a Föld forgásának szögsebességével. Tehát a műhold az Egyenlítő bármely pontja felett mozdulatlannak fog látszani, vagyis mintha a műhold egyhelyben állomásozna (geosztacionárius).

A geosztacionárius műholdnak a Föld középpontjától mért távolságát a (2)-es képletből nyerjük:

$$r = \sqrt[3]{\frac{k\,M\,T^2}{4\,\pi^2}}$$

ami azt jelenti, hogy a műhold távolsága a Föld felszínéhez viszonyítva (3. ábra):



3. ábra

$$h = r - R = \sqrt[3]{\frac{k\,M\,T^2}{4\,\pi^2}} - R$$

s számértékkel:

$$h = \sqrt[3]{\frac{6{,}673\;10^{-20}\;5{,}97\;10^{24}\;86164^2}{4\;3{,}14^2}} - 6371 = 35\,800\ (\mathrm{km})$$

E műhold kerületi sebességének értéke a $v = \sqrt{\frac{k\,M}{r}} = \sqrt{\frac{k\,M}{R+h}}$ képletnek megfelelően:

$$v = \sqrt{\frac{6{,}673\,10^{-20}\;5{,}97\;10^{24}}{6371 + 35800}} = 3{,}074\ (\mathrm{km/s})$$

Egy ilyen geosztacionárius műhold Földgömbünk tekintélyes részéről egyidejűleg látható, éspedig úgy, mintha mindig az ég ugyanazon pontján lenne.

Számítsuk is ki, hogy az említett gömbsüveg területe a Föld felszínének hányad részét tszi ki? (3. ábra)

Előbb a gömbszelet H magasságát határozzuk meg a befogó tételének az alkalmazásával:

$$R^2 = (R + h)\,(R - H),\ \text{ahonnan}\ H = \frac{R\,h}{R+h}$$

A szóbanforgó gömbsüveg területe:

$$2\pi R H = 2\pi R^2 \frac{h}{R+h}$$

Minthogy a gömb (a Föld) felszínének területe 4 π R^2, a keresett arány százalékban kifejezve:

$$\frac{1}{2}\,\frac{h}{h+R} = \frac{1}{2}\,\frac{35800}{35800+6371} = 42{,}45\%$$

E műholdat a Földhöz viszonyított mozdulatlansága, továbbá látómezejének nagy sugara kiválóan alkalmassá teszik televíziós adások átviteli állomása számára.

Példákként említhetők meg ilyen geosztacionárius műholdakra a következő adatok: Intelsat 3B (A.E.Á.-1968. XII. 19), Intelsat 3D (A.E.Á.-1969. V. 22.), ATS 5 (A.E.Á.-1969. VIII. 12.), Anik 2 (Kanada-1973.IV.20.) és Ekran (Sz.U.-1976.X.26.)

Alább azokat a geosztacionárius műholdakat soroljuk fel (4. táblázat), amelyek a 34,50° nyugati (W) és 66° keleti (E) hosszúsági körök között helyezkednek el és TV állomásaik Európa irányába sugároznak műsort a C frekvenciasávon (3,4 – 4,2 GHz) vagy (és) a Ku frekvenciasávon (10,95 – 12,75 GHz).

A Duna TV műsorának a közvetítését az EUTELSAT II-F3 16° E geosztacionárius műhold teszi lehetővé.

INTELSAT VF4	34,5W	TELEX	5° E
ATLANTIC	31° W	OTS	5° E
BSB 1	31° W	EUTELSAT 1 F 2	7° E
BSB 2	31° W	EUTELSAT 1 F 5	10° E
INTELSAT VAF 11	27,5° W	EUTELSAT F 4	13° E
INTELSAT F 10	24,5° W	EUTELSAT II F3	16° E
INTELSAT VAF4	21,5° W	ARABSAT 1 A	19 ° E
OLIMPUS	19 ° W	ASTRA 1 A	19,2° E
TV SAT	19 ° W	DFS 1 A	26,5° E
TDF 1	19° W	ARABSAT 1 B	26 ° E
TDF 2	19° W	DFS 1 B	26,5° E
INTELSAT VF 6	18,5° W	GORIZONT 11	53° E
GORIZONT 15	14° W	INTELSAT VAF 12	60° E
GORIZONT 12	11° W	INTELSAT VA5	63° E
TELECOM 1 A	8° W	INTELSAT VF7	66° E
TELECOM 1C	5° W		
INTELSAT VF 2	1° W		

4. táblazat

Ferenczi János

Nagybánya