Utolsó este a ropogó tábortűz mellett énekek zengtek; minden diák a rá jellemző tulajdonságokat tartalmazó emléklapot kapott és ugyanakkor ők is jellemezték kísérőtanáraikat.

Július 6-án délelőtt tájékozódási versenyt rendeztünk, ahol a csapatoknak alkalmazniuk kellett az iránytű használatát és rábukkanni az elrejtett cédulákra. A sikeres keresgélések után a tábor támogatóinak köszönhetően (Magyar Oktatási Minisztérium, Peak Toys Kft., Perfetti van Melle Romania Kft., Elektroglobal Kft., Nichel Lux Kft.) a diákok ajándékcsomagokban részesülhettek.

A táborozás alatt a résztvevők élményekben gazdag, felejthetetlen napokat töltöttek együtt, hasznos ismeretanyaggal bővíthették tudásukat. A tábor sikeressége Décsei Levente táborvezetőnek köszönhető, akit a tábor igazi tábornokaként tiszteltek és szerettek a résztvevők.

Kovács Enikő

Kismerd meg!

Nemlineáris jelenségek a fizikában*

I. rész

A természetben semmi sem lineáris, legalábbis egzaktul nem az. A klasszikus fizika fejlődése során mégis hasznosnak bizonyult az a feltevés, hogy bizonyos mennyiségek egyenes arányban vannak egymással, mint például a rugóerő a megnyúlással. Ez az egyszerűsítés sok jelenség alapvető fogalmi (és matematikai) megértését tette lehetővé, mely a harmonikus oszcillátortól kezdve, a hullámjelenségeken keresztül elvezetett a molekularezgések leírásáig. Ma már tudjuk azt is, hogy a Kepler-probléma egzakt megoldása azért volt lehetséges, mert a probléma megfelelő transzformációval leképezhető a harmonikus oszcillátorérа [1]. A klasszikus elektrodinamika és a kvantummechanika is lineáris elméletnek bizonyult, s közös kiterjesztésük vezetett el a sugárzások megértéséhez. Még nemlineáris, erősen kölcsönható rendszerekben is sokszor hasznos az a kép, miszerint az energia-felvétel lineárisan viselkedő elemi gerjesztések megjelenésével jár. Így jutottunk el a szilárdtestek rácsrezgéseinek, a szupravezetés és szuperfolyékonyság makroszkopikus tulajdonságainak megértéséhez. A sikerek láttán nem csoda, hogy évszázadokon át tartotta magát az a nézet, hogy a nemlineáris jelenségek a lineárisak kissé módosított változatainak bizonyulnak majd, s csak némileg lesznek bonyolultabbak.

* Jelen írás az EMT által kiadott Műszaki Szemlében is megjelent (31/2005 szám)

Az utóbbi néhány évtizedben kiderült azonban, hogy ez egyáltalán nem így van: a nemlinearitás számos *új és szokatlan jelenséget* hordoz. Ráadásul a lineáris világban jól működő matematikai módszerek érvényüket veszítik. Egy nemlineáris mozgásegyenlet egyszerű alakjából például egyáltalán nem következik, hogy maga a mozgás is egyszerű lesz. A nemlineáris jelenségek nem részei a középiskolai fizika tananyagnak és az egyetemi oktatás is csak alig érinti azokat. Mivel azonban számos – köztük több hétköznapi – jelenséggel is kapcsolatosak, érdemes a legfontosabbakat áttekintenünk, abban a reményben, hogy egyszerű tárgyalásban az oktatásban is megjelenhetnek.

Először a csak időbeli változást mutató, kis szabadsági fokú rendszerek legfontosabb nemlineáris jelenségét tekintjük át, s azután térünk át a térben is kiterjedt, nagy szabadsági fokú rendszerek jelenségeire, a megfelelő eseteket párhuzamba állítva. Példáinkat az első csoportban a pontmechanika, a másodikban a hidrodinamika területéről vesszük.

1. Kis szabadsági fokú rendszerek

A kis szabadsági fokú rendszerek helyzete néhány változóval megadható, az ilyen rendszerek állapotváltozását tehát néhány időfüggvény írja le. Ezek a rendszerek alapvetően csak időtől függő jelenségeket mutatnak, még akkor is, ha mozgásuk térben történik. Dinamikájukat *közönséges* differenciálegyenletek írják le.

1.1. Nemlineáris, nagy amplitúdójú rezgések

Hajlamosak vagyunk természetesnek tekinteni, hogy a rezgések periódusideje független az amplitúdójuktól. Ez azonban csakis a lineáris rezgések esetén van így. Azt szokás mondani, hogy *„kicsiben minden lineáris”*, vagyis elegendően kis amplitúdó esetén minden rezgés lineáris. Annak meghatározására azonban, hogy pontosan mit is jelent az, hogy „elegendő”, csak akkor válunk képessé, ha a legfontosabb nemlineáris korrekciókat – melyek az amplitúdó nem elhanyagolható mivoltából adódnak – meg tudjuk állapítani.

Az l hosszúságú, légüres térben lengő fonálinga esetében ismert [1,2], hogy a rezgésidőnek a kezdeti φ_0 (radiánban mért) szögkitérésben első korrekciós tagját figyelembe véve a periódusidő

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\left(1 + \left(\frac{1}{16}\right)\varphi_0^2\right).$$

Innen leolvasható, hogy az inga lengése akkor tekinthető jó közelítéssel lineáris rezgésnek, ha a φ_0 amplitúdóra fennáll, hogy $(1/16)\ \varphi_0^2 << 1$. Konkrétan, a hagyományos, $T = 2\pi\sqrt{l/g}$ amplitúdó-független rezgésidő-kifejezés 1 ezrelékre pontos, ha $(1/16)\varphi_0^2 < 1/1000$, azaz ha $\varphi_0 < 0{,}13$ radián, vagyis 7,5 fok. A fiatal Galilei a pisai dóm csillárjának lengését figyelve, az időt saját pulzusával mérve, fedezte fel a lengési időtartamok azonosságát különböző mértékű kitérések esetén [3]. Ez vezetett el később az ingaóra feltalálásához.

A kezdeti kitérést 7,5 fok fölé növelve, a rezgésidő egyre határozottabban függ az amplitúdótól. A fenti, első korrekciót tartalmazó képlet maga is csak $\varphi_0 = 42$ fokig érvényes 1 ezreléknyi pontossággal, ezután az amplitúdó negyedik, hatodik stb. hatványai is egyre nagyobb súllyal szerepelnek, $\varphi_0 = 360$ fok felé közeledve pedig a lengésidő végtelenhez tart (a fejjel lefelé induló hajóhinta esete). A lineáris,

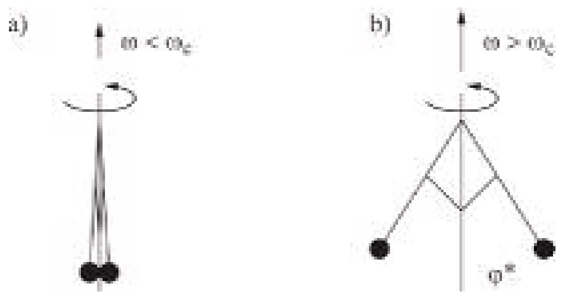
$T = 2\pi\sqrt{l/g}$ rezgésidő-kifejezéstől tehát egyre távolabb kerülünk az amplitúdó növelésével.

Általánosan igaz, hogy minden, nem egészen kis amplitúdójú rezgés a nemlineáris tartományban zajlik (ahol a visszatérítő erő már a lineárisnál bonyolultabban függ a kitéréstől). Úgy is mondhatjuk, hogy „*nagyban minden nemlineáris*". A rezgések periódusideje tehát általában függ az amplitúdótól, s azon keresztül az összenergiától. Az amplitúdó-független rezgésidő, kizárólag egy speciális eset, a lineáris erőtörvény sajátsága.

1.2. Bifurkációk

A nemlineáris rendszerek paramétereik változása következtében elveszíthetik stabilitásukat. Az eredetileg stabil állapot instabillá válik, de megjelenik helyette rendszerint két új stabil állapot [4].

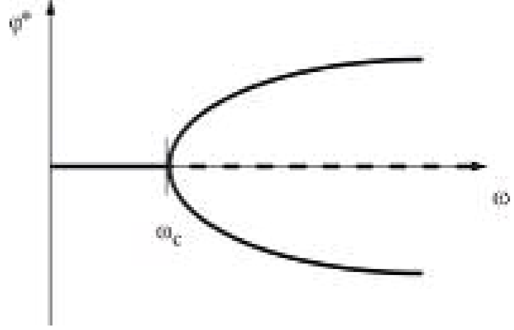
Erre egyszerű példa az ún. centrifugális szabályozó, egy matematikai inga, melynek felfüggesztési pontja a függőleges tengely körül ω szögsebességgel forog. Kis φ szögkitérések esetén a szokásos $-mgl\varphi$ visszatérítő forgatónyomatékon kívül hat a centrifugális erőből származó kifelé mutató $ml^2\omega^2\varphi$ nyomaték is. E *két hatás versengése* határozza meg, hogy mi történik. Az eredő nyomaték mindaddig negatív, amíg a forgás eléggé lassú, pontosabban $\omega < \sqrt{g/l}$. Az inga egyetlen lehetséges nyugalmi helyzete a zérus kitérésű állapot: $\varphi^* = 0$. Az $\omega_c = \sqrt{g/l}$ kritikus értéknél gyorsabb forgatás esetén bármilyen kis kezdeti szögkitérésből kifelé mozdul az inga, a függőleges állapotba nem tér vissza. Az eredeti nyugalmi állapot instabillá vált. Az új egyensúlyi állapot a véges szögkitérés esetén érvényes $-mgl\sin\varphi$ visszatérítő és $ml^2\omega^2\sin\varphi\cos\varphi$ kifelé forgató nyomaték egyensúlyából adódóan $\varphi^* = \arccos(g/l\omega^2)$, egy véges φ^* érték vagy ennek ellentettje. Ezek az állapotok stabilak, tehát a rendszer kis fluktuációktól nem távolodik el tőlük.



1. ábra

A centrifugális szabályozó bifurkációja a forgatási szögsebesség függvényében.
A gyakorlatban megépített centrifugális szabályozók két, közös síkban mozgó ingát tartalmaznak.
a) a kritikus forgatási szögsebesség alatt csak a függőlegesen lógó állapot valósulhat meg
b) felette viszont a regulátor kinyílik, és egy új stabil állapot jelenik meg

Számos más esetben is előfordul, hogy valamely paraméter változtatásakor egy stabil állapot hirtelen instabillá válik és mellette új stabil állapotok születnek. Az állapotok x^* helyzetét a μ -vel jelölt paraméter függvényében ábrázolva gyakran villa-szerű rajzolatot kapunk (2. ábra), ezért hívjuk ezt a jelenséget bifurkációnak, a rajzolatot bifurkációs diagramnak. A nemlinearitás elválaszthatatlan társa tehát az instabilitás. (Az egész jelenség hasonló a termodinamikai fázisátalakuláshoz, méghozzá a másodrendű fázisátmenethez, de ne feledjük, hogy ott nem egyetlen anyagi pont, hanem Avogadro-számnyi részecske szerepel.)



2. ábra
Bifurkációs diagram: a centrifugális szabályozó φ^* egyensúlyi szögkitérése az ω szögsebesség függvényében. A szaggatott vonal instabil állapotot jelöl. A bifurkációs diagram általában a stacionárius állapotok x^* helyzetét és stabilitását mutatja valamely μ paraméter függvényében

Általánosan, *minden nemlineáris rendszerben* várható, hogy a paraméterek valamely változtatására bifurkációk következnek be. A bifurkációk tehát igen gyakori jelenségek. Egy műszaki gyakorlatból ismert másik példa a hosszirányban terhelt rudak egyik vagy másik irányba történő kihajlása, mely egy kritikus terhelés elérésekor hirtelen történik meg.

Nemcsak nyugalmi állapot, hanem egy adott mozgástípus is elveszítheti stabilitását. A gerjesztett nemlineáris oszcillátornak például a rezonancia-frekvencia közelében két különböző amplitúdójú rezgése lehetséges (melyek különböző kezdőfeltételekből érhetők el), és létezik egy instabil rezgés is közöttük, mely a gyakorlatban sohasem valósul meg [2]. A két stabil rezgés közötti átmenet a frekvencia változtatásakor hirtelen következik be. Ez jól megfigyelhető a háztartási centrifugák bekapcsolásakor, melyek először mély erős, hangot adnak, majd átváltanak halk, de magasabb búgásra. Kikapcsoláskor pedig, amikor forgási szögsebességük egy kritikus érték alá esik, egyszer csak mély, zörgő hangot hallatnak, s így állnak meg.

Irodalom

[1] Nagy Károly: Elméleti Mechanika (Nemzeti Tankönyvkiadó, Bp., 2002)
[2] Budó Ágoston: Mechanika (Tankönyvkiadó, Bp., 1965)
[3] George Gamow: A fizika története (Gondolat, Bp. 1965)
[4] Tél Tamás, Gruiz Márton: Kaotikus Dinamika (Nemzeti Tankönyvkiadó, Bp., 2002)
[5] James Gleick: Káosz, egy új tudomány születése (Göncöl Kiadó, Bp., 1996)
[6] Tél Tamás: Környezeti áramlások, jegyzet (ELTE Elméleti Fizikai Tanszék, Bp., 2003)
[7] Hermann Haken: Szinergetika (Műszaki Könyvkiadó, Bp., 1984)
[8] Milton van Dyke: An Album of Fluid Motion (The Parabolic Press, Stanford, 1982)
[9] Sasvári László: A Rayleigh—Bénard-instabilitás, Fizikai Szemle 35, 58 (1985)