

lan) jelzővel illették őket. Irracionális, sőt transzcendens számok márpedig vannak, s mint láthattuk π nélkül még egy egyszerű kör területét vagy területét sem tudjuk meghatározni...

Informatikai szempontból a π kiszámítási algoritmusát gyakran alkalmazzák új számítógépek tesztelésére, mert az eljárás rendkívül érzékeny. Ilyen módszerrel sikerült a Cray szuperszámítógépek egyik első változatában hardverhibát találni.

Példa. Egy egyszerű meghatározása a π -nek a UNIX alatti **bc** program segítségével történik. A **bc** program egy olyan nyelvet kínál, amelyen könnyen megfogalmazhatjuk a kívánt pontosságú számábrázolás mellett végezett matematikai műveleteket. A standard matematikai könyvtárat a **-l** parancssori opció megadásával tölthetjük be. A **scale** nevű változó értéke szabja meg, hogy hány tizedes pontossággal történjen a műveletek végzése.

A π értékére pl. a $\pi = 4\text{arctg}(1)$ összefüggést használhatjuk fel. A program a következő:

- elindítjuk a **bc** programot: **bc -l**
- beállítjuk a pontosságot: **scale=1000**
- kiadjuk a számítási utasítást: **4*a(1)**
- 5-6 másodperc után 1000 tizedesnyi pontossággal megkapjuk a π értékét:

```
3,141592653589793238462643383279502884197169399375105820974944592307
81640628620899862803482534211706798214808651328230664709384460955058
22317253594081284811174502841027019385211055596446229489549303819644
28810975665933446128475648233786783165271201909145648566923460348610
45432664821339360726024914127372458700660631558817488152092096282925
40917153643678925903600113305305488204665213841469519415116094330572
70365759591953092186117381932611793105118548074462379962749567351885
75272489122793818301194912983367336244065664308602139494639522473719
07021798609437027705392171762931767523846748184676694051320005681271
45263560827785771342757789609173637178721468440901224953430146549585
37105079227968925892354201995611212902196086403441815981362977477130
99605187072113499999983729780499510597317328160963185950244594553469
08302642522308253344685035261931188171010003137838752886587533208381
42061717766914730359825349042875546873115956286388235378759375195778
18577805321712268066130019278766111959092164201988
```

Kovács Lehel István



Kémia

A 2003. évi érettségi vizsga számítási feladatai

K. 411.

1. Mekkora a tömegszázalékos koncentrációja annak az elegynek, amelyet két tömegrész oldandó anyag és nyolc tömegrész oldószer keverésével nyertek?
2. Mekkora tömegű vízmennyiséget kell elpárologtatni 200g 20 tömegszázalékos só oldatból, ha 40 tömegszázalékos oldatot akarunk nyerni?
3. Határozd meg a 62,973 tömegszázalék vizet tartalmazó kristálysóda (hidratált nátrium-karbonát) vegyi képletét!

4. 300g 20 tömegszázalék cukrot tartalmazó sziruphoz még 100g cukrot adagolnak: Mekkora az így keletkezett cukoroldat tömegszázalékos töménysége?
5. Összekevernek 50mL 0,2M-os KCl-oldatot 150mL 0,1M-os AgNO₃ - oldattal. Mekkora a keletkezett csapadék tömege?
6. A V_1 térfogatú 0,1M töménységű NaOH oldat teljes mennyisége reagál a V_2 térfogatú 0,1 M töménységű HCl oldattal. A keletkezett elegy pH-ja 2. Határozd meg a V_1/V_2 arány számértékét!
7. Határozd meg a 70 tömegszázalék vasat és 30 tömegszázalék oxigént tartalmazó anyag vegyi képletét!
8. Az ólom a természetben a következő izotópok formájában fordul elő: ²⁰⁴Pb (1,48 atom%), ²⁰⁶Pb (23,6 atom%), ²⁰⁷Pb (22,6 atom%), ²⁰⁸Pb (52,3 atom%). Ezért az ólom relatív atomtömegének értéke a következő : a) 52,30 b) 22,60 c) 208,00 d) 207,2
9. 25,6g tömegű kétértékű fém klórral 54g tömegű kloridot képez. Határozd meg a fém vegyjelét!
10. Határozd meg a 150g 80% tisztaságú mészkőnek 60%-os határfokkal történő izzításakor keletkezett CaO tömegét!
11. Számítsd ki a 100ml térfogatú $2 \cdot 10^{-1}$ M töménységű CuSO₄ oldatban levő Cu²⁺ ionok teljes mennyisége redukációjához szükséges vas tömegét!
12. 100g tömegű vaslapocskát 200g 32 tömegszázalékos CuSO₄-oldattal reagáltatnak. Határozd meg a lapocska tömegét a CuSO₄ teljes átalakulása után!
13. 11,2l (n.á.) HCl gáznak vízben való oldásakor keletkezett 5000ml oldatnak mekkora a pH-ja?
14. A ¹²C egy atomjának a tömege: a) 12 b) $3,984 \cdot 10^{-23}$ c) $1,992 \cdot 10^{-23}$ d) 24
15. Mekkora a 12g magnézium és 9g oxigén reakciója során keletkezett magnézium-oxid tömege?
16. Mekkora a 20 m³ (n.á.) NH₃ gáz szintéziséhez szükséges N₂ térfogata ?
17. Mekkora a 2-es pH-jú HCl oldat moláris koncentrációja?
18. Mekkora a 10⁻²M koncentrációjú KOH oldat pH- ja?
19. Hány oxigén atomot, illetve CO₂ molekulát tartalmaz 0,1Kmol CO₂ ?
20. Az XY₃ képletű vegyületet alkotó X és Y elemek lehetséges rendszámai: a) 3 és 5 b) 7 és 1 c) 5 és 7 d) 3 és 9.

Fizika

A 2003. március 30-án megtartott Augustin Maior fizikaverseny feladatai (XII. o.)

F. 291.

I. Egy magassága feléig olajba süllyesztett lejtőn, az olajhoz viszonyítva $d = 1,2$ relatív sűrűségű test csúszik lefelé. A lejtő szöge $\alpha = 45^\circ$, magassága $H = 10$ m, a súrlódási együttható $\mu = 0,19$ a lejtő levegőben található részén, az olajban pedig elhanyagolható. Elhanyagolunk minden olyan mellékjelenséget amely, a test és az olaj találkozásánál jelenhet meg. Számítsuk ki:

- a) a test sebességét az olajba való behatolás pillanatában;
- b) a test gyorsulását az olajban;
- c) a test sebességét a lejtő aljában;
- d) a teljes mozgási időt.

II. Két azonos galvánelem, melyeknek elektromotoros feszültsége egyenként $E = 2V$, egy $R = 3 \Omega$ -os fogyasztót üzemeltet. Tudva, hogy ha csak egy galvánelemet használunk, a fogyasztón $I = 0,5 A$ -es áram folya át, számítsuk ki:

- A galvánelemek belső ellenállását.
- A fogyasztón átfolyó áramerősségeket akkor, amikor a két galvánelem sorba, illetve párhuzamosan van kapcsolva.
- Hány galvánelemre és milyen kapcsolásokra lesz a fogyasztó által felvett teljesítmény maximális?
- Ábrázoljuk grafikusán az idő függvényében a két sorba kötött galvánelem esetén az áramkörön áthaladó töltésmennyiséget.

III. Egy tartály m tömegű kétatomos gázt tartalmaz. A gáz móltömege μ . A kezdeti állapotban a gáz p_1 nyomáson és T_1 hőmérsékleten található.

- Számítsuk ki hány mól gáz és hány molekula található a tartályban.
- Ha a gázt a T_2 hőmérsékletig melegítjük, számítsuk ki a gáz nyomását ebben az állapotban és az állapotok közötti átmenetnek megfelelő belső energia változását
- Határozzuk meg azt a hőmennyiséget, amelyre a gáznak szüksége van ahhoz, hogy elérhesse a T_2 hőmérsékletet.
- Egy csappal ellátott vékony cső segítségével a tartályt összekötjük egy V_0 térfogatú zárt edénnyel, melyben vákuum található. Kinyitjuk a csapot. Határozzuk meg, hány mól gáz megy át a tartályból az edénybe.

Kétatomos gázakra adott: $C_V = 5R/2$. Az Avogadro féle számot (N_A) ismertnek tekintjük. **Figyelem:** a megoldásokat a kezdeti mennyiségek függvényében adjuk meg!

IV. Adott két illesztett (ragasztott) lencséből álló optikai rendszer. Az első lencse 1,5 törésmutatójú anyagból készült, sík-domború, görbült felületének sugara 15 cm. A második lencse szórólencse, törőképessége – 2 dioptria. Határozzuk meg:

- Az első lencse gyújtótávolságát.
- A második lencse gyújtótávolságát.
- A lencsék együttesének gyújtótávolságát.
- A lencserendszerhez képest milyen távolságra kell elhelyezni egy kicsiny tárgyat, hogy a tárgy valódi képe a lencserendszerre vonatkoztatott szimmetrikusa legyen.

V.

- Írjuk fel a következő törvények és fizikai mennyiségek kifejezését és adjuk meg a bennük szereplő jelölések fizikai értelmét és mértékegységét: Coulomb törvénye, pontszerű töltés által keltett elektromos potenciál és keltett elektromos térerősség.
- Írjuk le egy Young berendezés sávközének kifejezését, megadva az összefüggésben szereplő jelölések fizikai értelmezését és mértékegységét.

Informatika

A Nemes Tihamér Számítástechnika Verseny II. fordulójának feladatai (2003)

I. kategória: 5-8. osztályosok

1. feladat: Hangok száma

(20 pont)

Egy magyar szóban lehetnek több karakterrel leírt mássalhangzók is (pl. sz, cs, ty, dzs, ...). Feltesszük, hogy az egymás melletti s+z, ... betűket mindig egy hangnak, azaz

sz-nek, ... értelmezhetjük. A hosszú mássalhangzókat (pl. ss, ssz,...) egy hangnak kell venni!

Írj programot (HANG.PAS, HANG.C,...), amely beolvas egy szót, majd megadja, hogy hány hang van benne!

Példa:

Bemenet:	Kimenet:
kesztyű	5
hosszú	4

2. feladat. Eszperantó számok (27 pont)

Eszperantó nyelven a számokat így írják: 1 – unu, 2 – du, 3 – tri, 4 – kvar, 5 – kvin, 6 – ses, 7 – sep, 8 – ok, 9 – nau, 10 – dek, 100 – cent, 1000 – mil.

A többjegyű számokat a magyarhoz hasonlóan képezik: 11 – dek unu, 12 – dek du, 20 – dudek, 25 – dudek kvin, 40 – kvardek, 167 – cent sesdek sep, 378 – tricent sepdek ok, 2002 – dumil du.

Készíts programot (SZAM.PAS, SZAM.C, ...), amely beolvas egy N számot ($1 \leq N \leq 9999$), majd kiírja a képernyőre eszperantó nyelven!

3. feladat. Virág (28 pont)

Egy virágoskert minden parcellájában egy-egy növény található. Ez a növény az első héten kikel (K), a második héten megnő (N), a harmadik héten virágzik (V), a negyedik héten termést érlel (I), az ötödik héten elpusztul (E), de a nyomában a következő héten kikel egy új növény.

Írj programot (VIRAG.PAS, VIRAG.C, ...) amely beolvassa a kert virágai kezdőállapotát, majd megadja, hogy hányadik héten szedhetnénk a legtöbb virágot és mennyit! Ha több héten is ugyanannyi virágot szedhetünk, akkor a legkorábbi hetet adjuk meg.

A program először olvassa be, hogy a kertben a virágok hány sorban ($1 \leq \text{SOR} \leq 20$) és hány oszlopban ($1 \leq \text{OSZLOP} \leq 20$) helyezkednek el, majd pedig soronként olvassa be az egyes növények állapotát (K,N,V,T,E betűk valamelyike)!

Példa:

Bemenet:	Kimenet:
2 3	3 3
EKN	
EKK	

1. hét: 0	2. hét: 1	3. hét: 3	4. hét: 2	5. hét: 0	6. hét: 0
EKN	KNV	NVT	VTE	TEK	EKN
EKK	KNN	NVV	VTT	TEE	EKK

Kovács Lehel

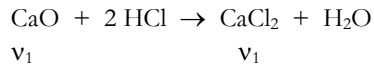
Megoldott feladatok

Kémia (Firka 6/2002-2003)

K. 404.

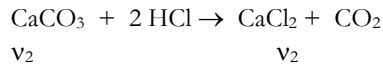
$2M_X + 16 \dots 2M_X$
4,64g 4,32 g

innen $M_X = 108$
 $X = \text{Ag}$

K. 405.

$$v_2 = 0,960/24 = 0,004 \text{ mol}; v_2 = 0,04 \text{ mol}$$

$$m_{\text{CO}_2} = 1,76\text{g} \qquad \qquad m_{\text{CaCO}_3} = 4\text{g}$$

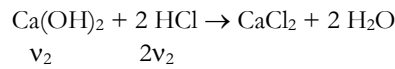
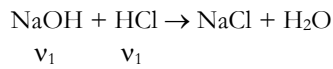


$$m_{\text{CaO}} = 10 \cdot 4 = 40\text{g}; v_{\text{CaO}} = 40/56 = 0,714 \text{ mol}$$

$$v_{\text{CaCl}_2} = v_1 + v_2 = 0,147 \text{ mol}$$

$$m_{\text{CaCl}_2} = 0,147 \cdot 111 = 16,32\text{g} \dots 258,24\text{g old} \quad C_{\text{old}} = 6,3 \% \text{ CaCl}_2$$

$$x = 6,3 \dots 100$$

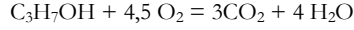
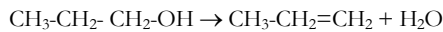
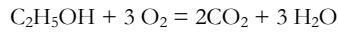
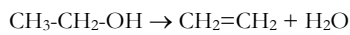
K. 406.

$$v_1 = 0,1 \text{ mol} \quad v_2 = 0,1 \text{ mol} \quad v_{\text{HCl}} = v_1 + 2v_2 = 0,3 \text{ mol}$$

$$m_{\text{HCl}} = 0,3 \cdot 36,5 = 10,95\text{g HCl} \dots 150 \text{ g old.}$$

$$x = 7,3 \text{ g} \dots 100 \text{ g} \quad C_{\text{old}} = 7,3\%$$

A HNO₃ a HCl-hoz hasonlóan egybázisú sav, tehát a semlegesítéshez abból is 0,3 mol szükséges. A 7,3g HNO₃ 0,174 molnak felel meg, ami < 0,3 molnál. Tehát az oldat lúgos. A 0,3 mol HNO₃ 258,9g 7,3%-os oldatban található.

K. 409.

$$m_{\text{et}} = 35 \cdot 0,789 = 27,6 \text{ g} \quad v_{\text{et}} = 27,6/46 = 0,6 \text{ mol}$$

$$V_{\text{prop}} = x$$

$$31,15 = \frac{0,6 \cdot 28 + x \cdot 42}{0,6 + x} \quad x = 0,174 \text{ mol} \quad V_{\text{prop}} = 0,174 \cdot 60 / 0,804 = 13 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{O}_2} = 3v_{\text{et}} + 4,5v_{\text{prop}} = 0,763 \quad V_{\text{O}_2} = 0,763 \cdot 24,5 = 63,28 \text{ dm}^3$$

Fizika

(Fírka 6/2002-2003)

F. 265.

A test vajat irányú gyorsulását a G súly lejtő irányú G_l összetevőjének vajat irányú G_{tl} vetülete okozza, ezért ennek értéke:

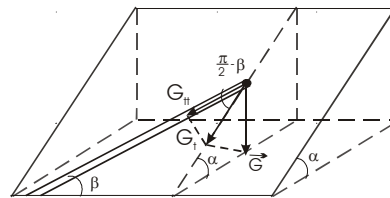
$$a = g \sin \alpha \cos (\pi/2 - \beta) = g \sin \alpha \sin \beta$$

A vajatban megtett út s hossza egyrészt

$$s = \frac{at^2}{2}$$

másrészt $s = \frac{h}{\sin \alpha \sin \beta}$. A két kifejezést egyenlővé téve h-ra a $h = 1/2 g \sin^2 \alpha \sin^2 \beta t^2$

összefüggést kapjuk. Behelyettesítve az adatokat h=2,5 m érték adódik.

**F. 266.**

Legyen a gázok kezdeti tömege m₁ és m₂. Bevezetve az $x = \frac{m_1}{V}$ és $y = \frac{m_2}{V}$ jelöléseket

a rho kezdeti sűrűség $\rho = \frac{m_1 + m_2}{V} = x + y$ alakban adható meg.

A gázkeverékre felírt

$$pV = \left(\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2} \right) RT$$

állapotegyenletből az

$$\frac{x}{\mu_1} + \frac{y}{\mu_2} = \frac{p}{RT}$$

összefüggéshez jutunk, ahonnan x kiküszöbölésével kapjuk:

$$y = \left(\frac{p\mu_1}{RT} - \rho \right) \frac{\mu_2}{\mu_1 - \mu_2}$$

A 2-es gáz tömegét a felére csökkentve az állapotegyenletből az új nyomásértékre a

$$p' = \left(\frac{x}{\mu_1} + \frac{y}{2\mu_2} \right) RT$$

kifejezést kapjuk, amelyet

$$p' = p - \frac{RT}{2\mu_2} y$$

alakra hozhatunk. y értékének behelyettesítése után a

$$p' = [p(2\mu_2 - \mu_1) - \rho RT] \cdot \frac{1}{2(\mu_2 - \mu_1)}$$

eredményre jutunk.

F. 267.

A töltéselrendeződés potenciális energiájának meghatározásához kiszámítjuk azt a munkát, amelyet végeznünk kell, amikor a töltéseket a végtelenből a négyzet sarkaiba szállítjuk. Az első töltés szállítása nem igényel munkavégzést. A második töltést az első töltés elektromos terében kell szállítani. Az ehhez szükséges munka

$$L_1 = qV_1 = q \frac{q}{4\pi\epsilon_0 l} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 l}$$

A jelenlevő két töltés a négyzet harmadik sarkában

$$V_{12} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 l} + \frac{q}{4\pi\epsilon_0 l\sqrt{2}} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 l} \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$

potenciállal rendelkező teret hoz létre, ezért a harmadik töltés szállításához

$$L_{12} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 l} \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$

munkavégzés szükséges.

A három töltésből kialakított rendszer potenciálja a negyedik töltés helyén

$$V_{123} = 2 \frac{q}{4\pi\epsilon_0 l} + \frac{q}{4\pi\epsilon_0 l\sqrt{2}} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 l} \left(2 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$

ezért a negyedik töltés szállításához

$$L_{123} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 l} \left(2 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$

munkát kell végezni. A rendszer potenciális energiáját ezen munkák összege adja:

$$E_p = L_1 + L_{12} + L_{123} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 l} (4 + \sqrt{2})$$

Érdeemes észrevenni, hogy ez pontosan fele annak az értéknek, amelyet akkor kaptunk volna, ha összeadjuk a négy töltésre a potenciális energiákat a másik három erőterben.



A sport és a környezetvédelem

A Nemzetközi Olimpiai Bizottság határozatot hozott, hogy a 2008-as Olimpiai Játékokat Pekingben a környezetvédelem jegyében szervezik. Ezért „Zöld Olimpia” névvel illetik. Elhatározták, hogy a játékok ideje alatt a légszennyező, fosszilis energiaforrások helyett megújuló energiaforrást, csak termál vizet használnak majd az olimpiai falu és hűtési igények kielégítésére. Már meg is kezdték az előkészületeket, ezt szolgálta a 2002 októberében Pekingben szervezett Nemzetközi Geotermális Szimposium is, amelyen a hazaiakon kívül külföldi szakemberek is részt vettek.

Az Olimpiai Falu Pekingtől északra kb. 25 km távolságra van, alatta DNy-ÉK irányban kb. 1000 m mélységű törésvonal található. Ettől északra termálvízet tároló mészkősorozatok, délre víztároló dolomit-összletek találhatók. A termálvíz tárolók 1250-3500m mélységtartományban vannak. Az Olimpiai Falu környékének 136,5 km² területe alatt a közettartománynak a hőtartalmát 1,98.10¹⁵ kJ-ra, a geotermális tárolóban található víz mennyiségét 1,06.10⁹ m³-re becsülik. A termál víz összetétele, s ezzel hőmérséklete is kétféle: a 42-70 °C hőmérsékletű Na, Ca, Mg-bikarbonátot és szulfátot tartalmaz 400–700mg/l mennyiségben, míg a 21-40 °C hőmérsékletű Ca, Mg-bikarbonát tartalmú 30–60mg/l töménységgel. A hévíz kutakból kitermelt vizet légtér-fűtésre, klimatizálásra, uszodai víz temperálására, balneológiai célokra gyógyszanatóriumokban, kertészetekben üvegházfűtésre használják. A kitermelt vizet visszajuttatják a tárolókba. Ezeknek a terveknek a megvalósíthatóságára az a garancia, hogy Kína 2000-re már utolérte az A. E. Á.-kat a geotermális energia hasznosításában. Tibetben termálenergia alapú áramfejlesztő működik 25,2 MW kapacitással, mely által termelt energiát lakásfűtésre, mezőgazdaságban üvegházak és haltenyészetek üzemeltetésére használják.

Kőolaj és földgáz 36 (2003) 1-2 alapján

Biokémiai kutatások és a terrorizmus

A ricinus növényben található ricin anyagról már régebben tudták, hogy mérgező anyag. 1978-ban a londoni Waterloo-hídon egy esernyőszúrással megöltek egy bolgár disszidentet. Kissült, hogy a halált ricinnek a szervezetbe juttatása okozta. A biokémikusok elkezdtek tanulmányozni ezt az anyagot, melyről sejtették, hogy sejtölő hatása van, gátolja a bélfal fehérjeszintézisét, ezért a daganatos gyógyászat számára próbáltak gyógyszert készíteni belőle.

A kutatók figyelmét a ricin tulajdonságaira az hívta fel újabban, hogy 2003 januárjában Londonban letartóztattak hat embert, akik egy magán laboratóriumban terroristák számára ricint gyártottak.