

- 4] *Megyesi L.*: Hagyományos fényképezés; ELTE TTK Oktatástechnika Csoport – UNESCO Információtechnológiai Pedagógiai Központ, <http://felis.elte.hu/dept/hu>
- 5] *Pethő B. – Sümegei A.*: Digitális fényképezés; ELTE TTK Oktatástechnika Csoport – UNESCO Információtechnológiai Pedagógiai Központ, <http://felis.elte.hu/dept/hu>
- 6] *Polster A. – Lentz N.*: Száz fotórecept, 3. átdolgozott kiadás; Műszaki Könyvkiadó, Budapest 1962
- 7] *Schanda J.*: Az optikai sugárzás érzékelése, Radiometria, fotometria, színmérés; University of Veszprém
- 8] *Szűlly B.*: Fizika; Műszaki Könyvkiadó, Budapest 1982
- 9] *Vas A.*: Fotográfia távoktatási modul fejlesztése. III. Modultankönyv, 2000, Dunaújvárosi Főiskola; <http://indy.poliod.hu/program/fotografia/tankonyv.htm>
- 10] ***: CCD Cameras: Dynamic Range, Dark Current Noise, Saturation and Blooming; Roper Scientific GmbH, Digital Imaging and Spectroscopy, <http://www.roperscientific.de>
- 11] ***: General Curve Regions; Kodak – Student Filmmakers, <http://www.kodak.com/US/en/motion/students/handbook>
- 12] ***: Logical Approach to the Photo Quality, Typical CCD image vs Photo Quality Image, <http://www.asahi-net.or.jp>

Kaucsár Márton

Fekete lyukak

Évszázadokon át törték a fejüket a természettudósok azon a kérdésem, hogy vajon a fény is eleget tesz-e a nehézkedés törvényeinek. A tisztán látást több körülmény is hátráltatta ebben a kérdésben. Az egyik a fény igen nagy terjedési sebessége. Ennek következtében egy vonzó test közelében elhaladó fénysugár oly gyorsan távolodik el ismét, hogy az eltelt idő alatt még akkor is csak észrevehetetlen mértékben zuhan a vonzó központ felé, ha valóban érvényesek rá a tömegvonzás törvényei. A másik gondot az okozta, hogy sokáig nem sikerült eldönteni, hogy a fény részecske- vagy hullámtermészetű-e. Az utóbbi esetben nem látszott kényszerítő oknak az, hogy a fény elhajlik a testek gravitációs erőterében.

1801-ben Soldner kiszámította, hogy mekkora elhajlást szenved a fény, ha azt a newtoni mechanika törvényei alapján mozgó részecskének tekintjük. A napkorong mellett elhaladó csillagfényre mintegy fél ívmásodpercnyi értéket kapott. Ezt megelőzően, 1784-ben az angol John Michell tiszteletes már arra a meggyőződésre jutott, hogy a legnagyobb tömegű csillagok gravitációs vonzasköréből még a saját fényük sem képes kiszabadulni. Így ezek a csillagok sötétek maradnak az égbolton. A „fekete csillagokról” 1795-ben a francia Laplace is említést tesz könyvében.

Ezekre az évszázados kérdésekre csak a XX. században sikerült határozott választ adni. Ekkorra példátlan kifinomodáson mentek át mind a természettudományos ismeretek, mind pedig a megfigyelő módszerek alapját képező műszaki feltételek. Ebben a rövid összefoglalóban nem térhetünk ki annak részletes taglalására, hogy mely körülmények játszottak közre e fejlődésben. Arra szeretnék csupán rámutatni, hogy a keresztény kultúra több évszázadon át tartó erjesztő hatást fejtett ki a társadalmi fejlődésre. Ez a csekély többlet a kereskedelem és az ipar fejlődésének serkentésében egyre gyorsuló mértékben eredményezte a keresztény kultúrkörbe tartozó társadalmak kiemelkedését mind az ókori birodalmakhoz, mind pedig a kortárs, de eltérő kultúrkörbe tartozó népekhez viszonyítva.

A XX. század első negyedében vált világossá, hogy az anyag minden megjelenési formája – így a fény is – mind hullámtermészetű, mind pedig részecsketulajdonságokat mutat. Az abszolút fekete testek hősugárzásának hőmérsékletfüggése és az atomok emissziós színképvonalainak törvényszerűségei vezették el a kutatókat az új fizikai tör-

vényekhez, a kvantumfizikához. A korábbi gondolkodás számára alig felfogható világképet szinte rákényszerített a természet az emberi gondolkodásra.

Alig néhány évvel előzte meg a kvantumfizika létrejöttét a tér és az idő természetének mélyenszántó új magyarázata, Einstein relativitáselmélete. A fény terjedési tulajdonságai ebben az új világképben nyerik el igazi jelentőségüket. Einstein ahhoz a felismeréshez jutott el, hogy nem lehetséges gyorsabban utazni a fény sebességénél. Mi akadályoz meg bennünket abban, hogy minden sebességhatáron túl gyorsuló járműveket hozzunk létre? A magyarázatot Einstein az energia és a tömeg egyenértékűségében találta meg. Ha felgyorsítjuk a járművet, akkor energiát közlünk vele. Ez mindenképpen szükséges ahhoz, hogy megnöveljük a mozgási energiáját. De ezzel a hozzáadott energiával tömeget is hozzáadunk a gyorsuló járműhöz. A XX. században csak olyan járművek közlekedtek, amelyekre a szükséges energiátöbblet parányi.

De ha ismét gyorsítjuk az anyagot, akkor már a hozzáadott tömeget is gyorsítanunk kell. A jármű ellenállása fokozatosan nő a gyorsítással szemben. A fénysebességhez közeledve mind jelentékenyebbé válik ez a tehetetlenség.

A relativitáselmélet másik fontos alapgondolata az, hogy a tömegvonzás az anyag minden megjelenési formájára egyaránt vonatkozik. Galilei, majd a XX. században Eötvös Loránd kísérletei egyre pontosabban kimutatták, hogy a nehézkedés egyetemes törvényei nem függenek a testek kémiai összetételétől sem. Einstein mindebből arra következtetett, hogy a szabadon eső testek tulajdonképpen erőmentes mozgást végeznek a tér és az idő előre kialakított hepehupáin. Ezeket a hepehupákat is az anyag hozza létre. Így például a földgolyó körül a tér és az idő görbültségre tesz szert. Ez a görbültség a Földhöz képest nyugodalomban van és gömbszimmetrikus. A szabadon mozgó testeket – a fényt is – ez a görbültség olyan mozgásra kényszeríti, amelyet szabadesésként észlelünk.

Einstein elméletét alig négy év múltán, 1919-ben már pontos megfigyelésekkel sikerült alátámasztani. A Eddington expedíciót indított Principe szigetére, hogy megfigyeljék a csillagok fényének elhajlását az elsötétült napkorong peremén egy teljes napfogyatkozás alkalmával. A megfigyelések megegyeztek Einstein jóslatával, amely éppen kétszerese Soldner eredményének.

A relativitáselmélet szellemes matematikai módszert használ a görbült tér és az idő tulajdonságainak matematikai leírásához. Ennek megértéséhez idézzük fel, hogyan mérjük a távolságot a tér két pontja között az euklidészi geometriában. Használjunk derékszögű koordinátákat a három dimenziós térben. Legyenek a p pont koordinátái (x, y, z). Felveszünk egy másik q pontot is az (x+dx, y+dy, z+dz) koordinátákkal. Ha például p és q pont közel van egymáshoz, akkor a dx, dy és dz koordinátakülönbségek kicsinyek. A p és q pont ds távolságát úgy számítjuk ki, hogy derékszögű háromszögeket veszünk fel a térben és ezekre alkalmazzuk a pitagorász-tételt:

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2. \quad (1)$$

Voltaképpen a koordinátáknak nincsen döntő szerepük a fizikai törvényekben, és választhatunk más koordinátarendszert is a geometriai viszonyok leírásához. Így például a polár koordinátarendszerben a pontnak a kezdőponttól mért r távolságát, az irányvektorának a z tengellyel bezárt θ szögét és a z=0 koordinátáiban mért φ szöget használjuk:

$$\begin{aligned}x &= r \sin\theta \cos\varphi \\y &= r \sin\theta \sin\varphi \\z &= r \cos\theta.\end{aligned}$$

A szomszédos p és q pontok távolságát kifejező pitagorászi képlet polárkoordinátákban így módosul:

$$ds^2 = dr^2 + r^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2) \quad (2).$$

Ennek az összefüggésnek a szerepe a koordinátakülönbségek és a két pont távolsága között a járművek rugózásához hasonlítható. Itt a jármű kerekei felelnek meg a koordinátakülönbségeknek. A kerekek szorosan követik a pálya domborulatait. A kocsiszekrény – amelynek szerepét a ds „ívhosszúságával” hasonlítjuk össze – viszont zökkenőmentesen halad előre. Ezt az összefüggést az alábbi általános alakban írhatjuk fel:

$$ds^2 = g_{ik} dx^i dx^k. \quad (3)$$

Ebben a koordinátakülönbségeket összefoglalóan így jelöljük: $dx^1 = dr$, $dx^2 = d\theta$, $dx^3 = d\varphi$. Köztük és a ds ívhosszúság közt a „rugózást” a g_{ik} együtthatók biztosítják. Itt tehát az i és k indexek értéke 1, 2 és 3 közül választható, és a megismételt indexpárokból Einstein ötlete nyomán összegzést is végrehajtunk.

A relativitáselméletben a három dimenziós tér és a t idő egyetlen négy dimenziós világgá egyesül. Ebben az egyesített téridőben, anyag távollétében két szomszédos pont távolsága:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2.$$

Itt c a fény sebessége. Ismét használhatunk tetszőleges más koordinátákat is, és a „kipárnázást” a koordinátakülönbségek és a ds ívhossz között ismét biztosítják a g_{ik} együtthatók. A téridőben azonban az indexeknek négy különböző értéket tulajdonítunk.

Anyag jelenlétében fellép a téridő görbültsége, és ezért nem lehet olyan koordinátákat találni, amelyekben a ds ívhosszúság a fenti, egyszerű, a sík geometriára jellemző alakot veszi fel. Ebben az általános esetben az ívhosszúságot Einstein gravitációs egyenletei határozzák meg. A gravitációs egyenletek a newtoni mechanika mozgásegyenleteit általánosítják. Azokhoz hasonlóan másodrendű differenciálegyenletek.

Einstein gravitációs egyenletei sokkal nehezebben kezelhetők, mint a newtoni mozgásegyenletek. Mégis úgy alakult a tudomány története, hogy egy év sem telt el az elmélet megalkotása óta, amikor egy német csillagász, Karl Schwarzschild megoldotta az egyenleteket a Földre is vonatkozó gömbszimmetrikus esetben. A testet körülvevő üres térben a megoldás ez az ívhosszúság:

$$ds^2 = \left(c^2 - \frac{2mG}{r}\right) dt^2 - \frac{dr^2}{1 - \frac{2mG}{c^2 r}} - r^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2)$$

Itt m a központi test tömege és G a gravitációs állandó. Ez a kifejezés csak az m tömeget tartalmazó tagokban különbözik a görbületlen téridő ívhosszúságától polár koordinátákban. Ha ezt a téridőt gömb alakú nyugvó test hozza létre, akkor a test belsejében a fenti ívelem nem érvényes. Schwarzschild azonban megtalálta az egyenleteknek a nyugvó test belsejében érvényes megoldását is. Ezek a nagyszerű eredmények alig néhány hónappal azután születtek meg, hogy Schwarzschild visszatért katonai szolgálatából. Az első világháború poklában végzetes betegséget kapott (pempfigust), amiben hamarosan elhunyt.

A Földnél sokkal nagyobb tömegű csillagok nyugodt ragyogását egymással bírkózó fizikai folyamatok egyensúlya biztosítja. A csillag belsejében folyó hőtermelés tartja fenn ott a gáz nyomását. Ha nincs ez a nyomás, akkor a hatalmas anyagtömeg összeroskad a saját gravitációs vonzása folytán. Ez be is következik akkor, amikor a magfúziós folyamatokhoz szükséges elemek elfogynak. Amint a csillag zsugorodik, a fenti, üres térben érvényes ívelem egyre kisebb r értékekre is érvényes lesz. A csillag felszínén egyre nő a gravitációs gyorsulás és a szökési sebesség. Amint a zsugorodásban a sugár eléri az $r_0 = 2 m G/c^2$ határt, a szökési sebesség viszont eléri a fénysebességet. Ez az a pont, ahol a csillag láthatatlanná válik, fekete lyukká alakul.

A fizikusok figyelmét hosszú időn át érdekesebb kérdések kötötték le, mint a fekete lyukak fizikája. Úgy képzeltek, hogy a csillagok gömbszimmetrikus összeomlása talán sohasem következik be a természetben. Egyetlen csillag sem egészen pontosan gömbszimmetrikus. Ha másért nem, hát azért, mert a tengelyforgása következtében lapult. Fél évszázad telt el Schwarzschild felfedezései után, amikor a fekete lyukak ismét az érdeklődés középpontjába kerültek.

1962-ben a Texasi Egyetemen az amerikai légierő kutatóközpontot hozott létre, ahová meghívták a relativitáselmélet letehetősebb fiatal művelőit. Az itt működő csoport tagjai között volt Roger Penrose és a fiatal új-zélandi Roy Kerr is. Mindketten hozzájárultak a haladáshoz a saját felismeréseikkel. Penrose matematikai tételeket bizonyított be (részben a brit Stephen Hawking együttműködésével), amelyekből kitűnt, hogy a fekete lyukak nemcsak gömbszimmetrikus csillagok összeomlásakor keletkeznek. Ennek nyomán az a kép bontakozott ki ezekről a fizikai folyamatokról, hogy a fekete lyuk minden olyan esetben létrejön, ha a csillag kezdeti tömege meghalad egy bizonyos alsó határt. Ez a határ nagyobb, mint a Nap tömege, de kisebb, mint annak kétszerese.

Kerr megkapta egy kollégája dolgozatát lektorálásra, amely annak bizonyításával foglalkozott, hogy nem léteznek forgó fekete lyukak. Hamarosan hibát talált a bizonyításban. Ekkor (1962-ben) minden más tevékenységet félretéve keresni kezdte a gravitációs egyenletek megoldását erre a forgó esetre. Módszerét a fénynyalábok geometriájának vizsgálatára alapozta. Meg is találta a forgó téridő ívelemét. Ebben az m tömegen kívül a forgás szögsebessége is szabad paraméter. A szögsebesség azonban nem haladhat meg egy bizonyos kritikus értéket, amelyen túl eltűnik a fekete lyuk, és az okság alapvető törvényeit sértő jelenségek lépnek fel. A forgás következtében ez a megoldás nem gömbszimmetrikus, de megőrzi a forgástengely körüli szimmetriát.

A fekete lyukak elmélete jórészt Kerr modelljének tanulmányozásával fejlődött ki. Felfedezését követően Kerr visszatért Új-Zélandba, ahol az egyetem matematikai tanszékét vezette hosszú éveken át. Később Magyarországon is dolgozott egy ideig.

1968-ban W. Israel megfogalmazta azt a sejtést, hogy nincsen más egyensúlyban lévő fekete lyuk, mint amelyet a Kerr-féle ívelem határoz meg. Ez azt jelenti, hogy a fekete lyuk nem vehet fel lényegesen különböző alakokat. Így például nincsenek autógumi alakú fekete lyukak. Israel sejtését csak nehezen, több szakaszban sikerült bebizonyítani. Ezek a bizonyítások bonyolult matematikai azonosságok megtalálására épülnek. A végső lépést 1982-ben tette meg Bunting és Mazur az „unicitástétel” bizonyításában.

Felmerül az a kérdés, hogy miképpen vezethet a változatos felépítésű csillagok összeomlása a mindössze két jellemzővel (tömeg, forgássebesség) megkülönböztethető végső állapothoz. A modellszámítások arra utalnak, hogy az összeomló csillag egyedi jellegzetességei a folyamatot kísérő gravitációs sugárzás útján távoznak el. A létrejövő fekete lyuk nem lesz azonnal a Kerr-ívelem által leírt alakú. Különböző rezgéseket végezhet. Ezeket a rezgéseket is leírják Einstein gravitációs egyenletei. A hangszerek húrjaihoz hasonlóan a rezgő fekete lyuknak is jellemző gravitációs „hangjai” vannak, melyek neve: kvázinormális módus. Ezek idővel csillapodnak.

A fekete lyukak elméleti leírása 1972-re már szinte teljessé vált. Ekkor nemzetközi iskolát rendeztek meg róluk a franciaországi Les Houches-ban, melyen Jacob Bekenstein, Stephen Hawking és e sorok írója is részt vett. Bekenstein azzal a gondolat-tal állt elő, hogy a fekete lyukaknak – mint minden más testnek is – hőtani tulajdonságai vannak: hőmérsékletük, entrópiájuk, sőt a fekete testre jellemző hőmérsékleti sugárzást is kibocsátanak. Hawking eleinte erősen kételkedett ebben, de egyik délután visszavonult gondolkodni a javaslaton. Másnap azzal lepte meg a kollégáit, hogy utánaszámolt Bekenstein javaslatának, és az helyes. Hawking részletesen kidolgozta a fekete lyukak

hősugárzásának elméletét. Azt találta, hogy a fekete lyuk hőmérséklete annál magasabb, minél kisebb a lyuk tömege. A forgás szögsebességétől is függ a hőmérséklet: minél gyorsabb a tengelyforgás, annál alacsonyabb a hőmérséklet. Így nyert hőtani megalapozást az a körülmény, hogy a forgássebesség nem léphet túl egy kritikus értéket. Ez az a forgássebesség, amelyen a lyuk hőmérséklete az abszolút zérus fok. A termodinamika törvényei ismert módon kimondják, hogy az abszolút zérus fokot megközelíteni lehet ugyan, de el nem lehet azt érni.

A fekete lyukak megfigyelése érthető módon igen nehéz feladat. A környezetükben az anyag mozgása alig különbözik a csillagok környezetében tapasztalttól. A különbség inkább abban rejlik, ahogyan a befelé hulló anyag viselkedik. A csillag felszínébe csapódó anyagot más jelenségek kísérik, mint a fekete lyuk határán – az eseményhorizonton – áthaladó anyagot. A csillagászok évtizedek óta küzdenek az egyértelmű megfigyelési anyag összegyűjtésén. Ebben egyre kitűnőbb eszközöket képesek felhasználni. A látható fény tartományában a Hubble űrtávcső több értékes felvételt szolgáltatott a galaktikák közepén feltételezett fekete lyukak környezetéről. A hevesen kavargó anyag gamma-sugárzást is kibocsát. Ezt számos műholdas berendezés figyeli meg. Közöttük kiemelkedő érzékenységgel a NASA Chandra műholdja és az európai űrhivatal XMM műholdja. A megfigyelések olyan finom részletekre is kiterjednek már, mint a relativisztikus forgási hatások a színekp vonalak alakjára.

Az elmúlt évben az a javaslat is napvilágot látott, hogy a nagy részecskegyorsítóknak az ütközések során fekete lyukakat lehetne találni. Ez a javaslat elnyerte az Egyesült Államokban a Gravity Research Foundation nevű alapítvány első díját.

Perjés Zoltán

Központi Fizikai Kutató Intézet, Budapest

Kozmológia

IX. rész

Az átlagsűrűség

Már a huszadik század elején – a galaxisok távolodásának, a Világegyetem tágulásának felfedezésekor – felmerült a kérdés, vajon a tágulás módja változik-e az idő múlásával. A klasszikus fizika fogalmait használva az egymástól távolodó galaxisoknak nő a helyzeti energiájuk egymás gravitációs terében. Az összenergia megmaradását feltételezve eközben a mozgási energiájuknak – vagyis a tágulás sebességének – viszont csökkennie kell. Hasonlóan ahhoz, ahogyan a feldobott kő helyzeti és mozgási energiája változik felfelé haladás közben. Hogyan lassul a tágulás és megáll-e valamikor? Ez az Univerzumban lévő vonzó anyag mennyiségétől, átlagsűrűségétől függ. Kiszámítható, hogy mekkora az a ρ_k kritikus sűrűség, ami mellett éppen végtelen idő alatt áll le a tágulás (azaz a tágulási sebesség határértéke nulla, amikor az idő tart a végtelen felé). Ennél kisebb sűrűség esetén a galaxisok sebessége végtelen idő alatt sem válna nullává (pozitív marad); ennél nagyobb sűrűség pedig kozmológiai tartamú, de véges idő alatt megállítaná és összehúzódnásba fordítaná a tágulást. A kritikus sűrűség értéke kapcsolatban van a Hubble-állandóval: $\rho_k = 3H^2 / (8\pi G) = 1,88h^2 \cdot 10^{-29} \text{ g/cm}^3$, ahol G a gravitációs állandó. (A H és h állandók jelentéséről például sorozatunk VIII. részében olvashattunk.)