

Péter Rózsa: Játék a végtelennel

MATEMATIKA KÍVÜLLÓKNAK

*Typotex, Budapest, 2004. 307 old.,
2600 Ft*

G. H. Hardy a *Mathematician's Apology*-ban így ír: „Ahogyan a festő vagy a költő mintáinak, úgy a matematikuséinak is *szépeknek* kell lenniük; a gondolatoknak, mint a színeknek vagy a szavaknak, valamilyen harmonikus módon illeniük kell egymáshoz. A szépség az első próba: a rít matematikának nincs állandó helye a világban. Itt kell foglalkoznom azzal az általánosan elterjedt téveszmével is (noha valószínűleg sokkal kevésbé az manapság, mint húsz évvel ezelőtt volt), amit Whitehead »irodalmi babonának« nevezett: a matematika szerete és esztétikai élvezete minden generációban csupán néhány hőbortos rögeszméje.” (Cambridge University Press, Cambridge, 1992. 85. old.) Péter Rózsa, úgy tűnik, e kevesek közé tartozott: „En így képzelem: a matematika egyik forrása az ember játékos természete, és éppen ezért nemcsak tudomány a matematika, hanem legalább ugyanolyan mértékben művészet is.” (15. old.)

A Rilke-fordító, színház iránt érdeklődő, filmkritikákat író, az *Egyetem Lapok*-ban is szerkesztő, idén száz éve született Péter Rózsa nemcsak e „monomániája” miatt volt kivételes matematikus. Ahogyan T. Sós Vera akadémikus jellemezte, „hittérítőként népszerűsítette a matematikát”, és komoly erőfeszítéseket tett a matematikaoktatás korszerűsítésére, színvonalának emelésére is. Tanulmányait az Eötvös Loránd Tudományegyetemen 1922-ben kémia szakon kezdte, de Fejér Lipót előadásainak hatására hamar a matematika felé fordult. Az egyetem elvégzése után, 1927-től polgári iskolában kapott tanári állást, de zsidó származása miatt 1939-ben elbocsátották, egy időre a budapesti gettó foglya is volt. A háború után középiskolában tanított, majd a budapesti Pedagógiai Főiskola tanszékvezető tanára lett, ennek 1955-ös meg-

szűnése után, nyugdíjba vonulásáig az ELTE professzora volt.

Munkatársa, Kalmár László irányította figyelmét Gödel munkássága és a rekurzív függvények felé, ez utóbbi lett számos publikációjának és 1935-ben megvédett doktori disszertációjának tárgya, valamint – Péter Rózsa kezdeményezésére – önálló kutatási terület. 1948-ban jelent meg a számok világáról szóló könyve, 1951-ben a főműnek tekintett *Rekursive Funktionen*; 1963-ban a *Mathematik in der Schule* közölte *A matematika gyönyörű* című előadását. Utolsó könyve az 1976-os *Rekursive Funktionen in der Komputerteorie*. Matematikai tankönyvek társszerzője, valamint a *Journal of Symbolic Logic* és a *Zeitschrift für mathematische Logik und Grundlagen der Mathematik* szerkesztőségének tagja volt. Tudományos és pedagógiai munkásságáért Kossuth-díjat, valamint ezüst és arany fokozatú Állami Díjat kapott, a Bolyai János Matematikai Társulat Beke Manó-díjjal tüntette ki. Magyarországon Péter Rózsa volt az első nő, akit a matematika akadémiai doktorává avattak.

A számos kiadást és fordítást megért *Játék a végtelennel* először 1943-ban jelent meg. Részben megsemmisült, majd újraírt fejezetei a háború alatt születtek meg a Benedek Marcellal a differenciálszámításról folytatott levelezésének hatására. Péter Rózsa olyan népszerűsítő művet akart írni, amely valóban a matematika hatókörén kívül állóknak szól: közérthetően, mégis szabatosan és lényegre törően. Komoly aggályai voltak a matematika mint forma, azaz képletek nélküli bemutathatóságát illetően, ezért a kifejezés pontosságát Csillag Pállal és Kalmár Lászlóval, világosságát színházi rendező barátjával, Lay Bélával ellenőriztette. A könyv világosikere igazolja Péter Rózsa sejtését: „a művészetekkel közös hangulati elem”, az ihlet és az alkotás öröme adta lendület nemcsak a szerzőt, hanem az olvasót is magával ragadja.

A *Bevezetés* végén kitűzött cél, eljutni a számlálástól egészen a legmagasabb matematikáig, a matematikai logikáig, feszessé teszi a gondolatmenetet – nem lapozhatók át fejezetek, de még oldalak sem a történet fonalának elvesztése nélkül. Rosszul is teszi az

olvasó, ha türelmetlenkedik, hiszen a – helyenként bevallottan – naiv hang gyakran a szelíd pedagóguséval és a költőével keveredik, könnyed, kellemes és cseppet sem unalmas (meta)matematikai prózát adva. Péter Rózsa játékra hív a matematika vídamparkjába, ahol úgy ülhetünk fel az irracionális számok körhíntájára, hogy nem szédülünk el, az elvarázsolt kastély gömbtükreiben a másodfokú egyenletek koordináta-rendszerben ábrázolt megoldásai látszanak, és a szellemvasúton a legijesztőbb rémalak a differenciálhányados. Mindeközben egyetlen felesleges, megerőltető vagy szélsőséges lépést sem kell tennünk, csak hátradőlni, és élvezettel hagyni, hogy a végtelen dodzsemje minduntalan a miénknek ütközzön.

A *Játékot* Péter Rózsa az ujjakkal kezdi: „a számlálás mindig azt jelenti, hogy még eggyel túlmegyünk a már meglévőn, a tiz ujjon is túljuthatunk, és így létrejön az ember első nagyszerű matematikai alkotása, az 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, ... végtelen számsorozat, az úgynevezett természetes számsor. Végtelen, mert bármily nagy számon túl is lehet még eggyel továbbbszámlálni.” (16. old.) A szinte a teljes matematikáról átfogó képet nyújtó könyv az első részében a legegyszerűbb műveletek: az összeadás, szorzás, hatványozás, iterálás bemutatása után a függvények grafikus ábrázolásával, a kettes és tízes számrendszerrel, az oszthatóság szabályaival, a kombinatorikával, a prímszámokkal és a többismeretlenes egyenletekkel ismert meg. A második részben a természetes számok végtelen, egyformán tagolt sorától lépésről lépésre jutunk el a valós számok végtelenjéig a negatív számokkal, a hol ritkább, hol „sűrűsödő” törtekkel és az irracionális számokkal. A mű gerincét alkotó függvénytanba való bevezetésben így a racionális számok után sorra kerülnek az irracionálisok, a logaritmus, a szög- és hatványfüggvények, a komplex számok, a differenciálhányados, valamint a határozatlan és a határozott integrál.

Az utolsó részben világossá válik, miért nem négyesgövesíthető a kör, milyenek a transzcendens számok, hányféle a geometria. Szó esik a matematikai intuicionizmusról, a szim-

bolikus logikáról, a bizonyításelméletéről és Peano számelméletének nem-negációteljességéről, a kontinuum-hipotézisről, csoport- és halmazelméletéről és a matematika eldönthetetlen problémáiról. Péter Rózsa szerint a végtelennel való legnagyobb játékok, s így talán az egyik legnagyobb emberi alkotás Cantor halmazelmélete. A matematikába „játékos kedvét is belevitte az ember és a legnagyobb játékra is képes: megfoghatóvá tudja tenni a végtelent. Végtelenségről, ideákról hiteles mondanivalói vannak. És mégis annyira emberi, korántsem az a bizonyos kétszerkettő: magán viseli az ember alkotásának soha le nem zárt jellegét.” (303. old.)

A könyv tartalmi-szerkezeti felépítésének bemutatása nem fedheti fel, hogyan „fajul” és jut el a *Játék* az egy meg egytől a kortárs matematikai gondolkodás határaiig. Csak a könyvet olvasva tudhatjuk meg, hogyan forral vizet vagy fog oroszlánt a Szaharában a matematikus, hogy lehet-e a königsbergi Pregel folyó hét hídján úgy sétát tenni, hogy minden hídon legalább és legfeljebb csak egyszer átkelve jussunk vissza a kiindulási pontra stb. Péter Rózsa egyforma könnyedséggel avat be annak titkába, mi a Dirichlet-függvény, a Bolyai-geometria lényege, a Pascal-háromszög, a Galois-elmélet, a Fermat- és Goldbach-sejtés, a Russell-paradoxon, Gödel nemteljességi tétele, a

Church-bizonyítás, a Brouwer-féle matematikai intuicionizmus, Gentzen transzfinit indukciója, Hilbert bizonyításelmélete vagy a kötet végén szereplő függelékben kifejtett mesterséges nyelvek grammatikája és a speciális gráfok tulajdonsága.

A „könnyen unalmassá váló technikai részletektől” megtisztított fogalmakat szemléletes példák egészítik ki, így olvashatunk Neumann Jánosról, aki más matematikusokkal ellentétben nemcsak azt tudta bebizonyítani, amit már tudott, hanem amit csak akart, s aki a bolognai kongresszuson állítólag kijelentette, hogy a matematika formalizálása érdektelen, de ő egy doboz bonbonért bármikor hajlandó rá (270. old.). Vagy hogy a gyermek Gauss hogyan találta ki pillanatok alatt a soktagú összeg összeadásának egyszerű módját (37. old.). Az elméletek ismertetése és az anekdoták mellett jól megfér a „kis kutatók”, Anna, Marika, Éva matematikai „felfedezéseinek” sora, s mindeközben Péter Rózsa szomorú, szép emléket állít a náci terror áldozatává lett barátjának, Csillag Pálnak és tanítványának, Fuchs Katónak is. A végtelenül nagy és a végtelenül kicsi a *Játék*ban egyensúlyban van. Péter Rózsaival együtt a végtelennel játszani olyan, mint Escher *Vizesését* nézni: jó.

Meglepő szín-összeállítású borítója ellenére annak örömeivel vettem kézbe a kötetet – amely az 1943-as, 1957-es és 1969-es kiadásokhoz írt

előszót, valamint az általam idézett Hardy-könyv előszavát is író C. P. Snownak a *Two Cultures* című nagy hatású előadására utaló, *Formabontás a »két kultúra«* ellen című cikket is magában foglalja, hogy keményfedeles, fűzött kivitelével kiállja majd az idő és a többszöri lapozgatás próbáját. Lelkesedésem azonban hamar lelohadt, és már azt gondolom, hogy nyugodtan lehetett volna puhafedeles, ragasztókötött is, mert kár lenne ezt a 8. javított (!) kiadást gondosan megőrizni az utókornak. Természetesen nem magával a művel vannak problémák, hanem a nyilvánvaló szerkesztelenséggel: a szövegben annyi a hiba, hogy az ember belefárad a javíthatásba. Hadd említsek a szöveggondozás nyilvánvaló hiányára egyetlen példát: már a kiadó boltjában a könyvbe lapozva azonnal láthattam, hogyan „önnálósul a forma” tíz oldalon keresztül; bár az mindenképpen vigasztaló volt, hogy a szedés legalább következetes: még a tartalomjegyzékben is így szerepel a 20. fejezet címe. Szívszorító egy ilyen elrontított szöveg. Szeretném azt gondolni, hogy az ilyen könyvek nem válhatnak más könyvek mintájává, s ahogyan Hardy szerint a rút matematika, úgy a csúf kiadványok számára sincs állandó hely a világban.