

IFJÚ FIZIKUSOK NEMZETKÖZI VERSENYE 2016

– magyar szemmel

Hömöstre Mihály,^{1,2} Adorján Dániel,³ Bánóczki Tímea,¹
Boross Péter,² Ispánovity Péter Dusán,² Jenei Péter,²
Nagy Balázs Norbert,¹ Plaszkó Noel,² Varga-Umbrich Eszter⁴

¹Német Nemzetiségi Gimnázium, Budapest

²Eötvös Loránd Tudományegyetem, TTK

³Szent István Gimnázium, Budapest

⁴Pápai Református Kollégium Gimnáziuma, Pápa

2016. június 26. és július 3. között az oroszországi Jekatyerinburgban került megrendezésre az Ifjú Fizikusok Nemzetközi Versenye. A 2015 júliusában meghirdetett 17 nyílt végű problémát (lásd iyp.t.org) a magyar diákok majdnem egy éves kutatómunkával oldották meg, hogy a 29. alkalommal megrendezett versenyen 28 másik ország diákjaival mérjék össze felkészültségüket. A magyar csapat (*Bánóczki Tímea*, 11. osztály, Német Nemzetiségi Gimnázium; *Kádár István*, 12. osztály, ELTE Radnóti Miklós Gimnázium; *Nagy Balázs Norbert*, 11. osztály, Német Nemz. Gimn.; *Plaszkó Noel*, 12. osztály, Földes Ferenc Gimnázium; *Varga-Umbrich Eszter*, 10. osztály, Pápai Ref. Koll. Gimn.) nagyszerű szerepléssel a 9. helyen végzett, ami ezüstérmes helyezést jelentett. A bővebb magyar csapat további tagjai (*Adorján Dániel*, 11. osztály, Szent István Gimn.; *Szabó Tamás*, 11. osztály, Német Nemz. Gimn.; *Svasti Áron*, 11. osztály, budapesti Piarista Gimn.) hazánkat az Ausztriában rendezett felkészülési versenyen (lásd aapt.at) sikerrel képviselték.

Az IYPT versenyről részletesen egy korábbi *Fizikai Szemle* cikk beszámolt [1]. A továbbiakban a diákok és felkészítőik által közösen végzett kutatásokból szeretnénk ízelítőt adni. Reméljük, hogy sok fizikatanárnak sikerül kedvet csinálni, hogy a jövőben ők is belekóstoljanak a verseny által felkínált érdekes feladatok megismerésébe, és bátorítsák tehetséges diákjaikat a részvételre. Fontos kihangsúlyozni, hogy a következő fejezeteket az IYPT-n résztvevő diákok (felkészítő tanáraik segítségével) írták.

Forró vizes szökőkút

Egy Mohr-pipettát részlegesen tölts meg meleg vízzel! Fogd be a pipetta tetejét, majd fordítsd a pipetta csúcsát felfelé! Szökőkútszerűen kilépő vizet láthatunk. Vizsgáld meg a szökőkút magasságát befolyásoló tényezőket, és optimalizáld ezeket a maximális magasság eléréséhez!

A kísérlet elvégzését mindenkinek ajánljuk, kis gyakorlással 4-5 méter magas szökőkút érhető el. A jelenség magyarázata látszólag egyszerű: megfordításkor a bezárt levegő felmelegszik, azáltal megnő a nyomása, és kinyomja a vizet a pipetta nyitott száján. A versenyen a legtöbb csapat meg is elégedett ezzel a magyarázattal. Azonban, ha belegondolunk, akkor

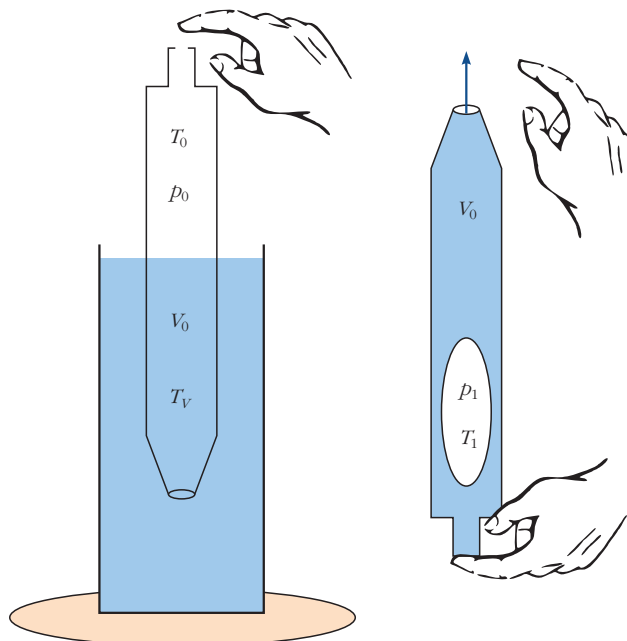
szobahőmérsékletéről (300 K) a víz forráspontjára (373 K) melegedő (kezdetben normál légköri nyomású) levegő nyomása (állandó térfogaton) csupán $2,5 \cdot 10^4$ Pa-lal nő, amivel a szökőkút maximális magassága 2,5 m lehetne. De akkor hogyan lőhetünk mégis 4-5 m magasra?

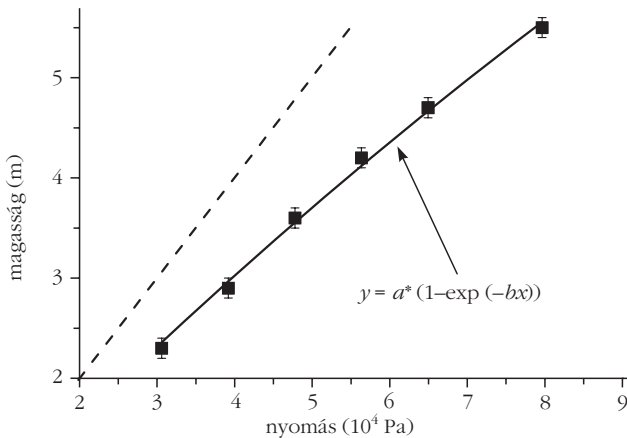
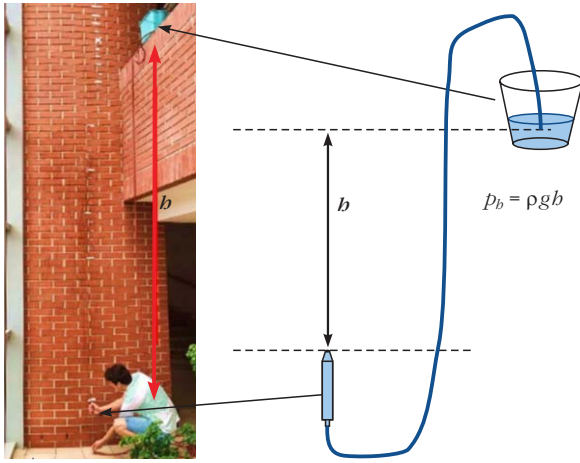
A pipetta vízzel való feltöltését úgy végeztük, hogy a pipettát forró vízzel teli mérőhengerbe engedték. Ezt követően a szabad végét befogtuk, kiemeltük a vízből, majd – amint lehetett – a csúcsát is befogtuk, és megfordítottuk. A kéz védelmét és a záródást vizes zsebkendővel biztosítottuk. Az eljárás (elmélet szempontjából fontos) két pillanatát az *1. ábra* mutatja.

A pipetta belsejében a feltöltés pillanatában egyszerre van szobahőmérsékletű levegő és forró víz, ami rögtön intenzíven párologni kezd. Így a pipettában (a vízen és levegőn kívül) vízgőz is lesz. Míg nem zárjuk le a pipettát (*1. ábra* bal oldala) addig a vízgőz és levegő parciális nyomásának összege egyenlő a külső légnyomással ($p_0 \approx 10^5$).

$$p_0 = p_{0l} + p_{0g}, \quad (1)$$

1. ábra. Sematikus ábra a pipettáról: balra a megfordítás előtti utolsó pillanatban, valamint jobbra a kilövés előtti utolsó pillanat. Az ábrán az elméleti levezetésben használt jelölések láthatók.





2. ábra. A kalibrációs mérés összeállítása (fölül), valamint a szökőkút magassága a nyomás függvényében (alul).

ahol p_{0l} a pipettában lévő levegő nyomása kezdetben; p_{0g} a pipettában lévő gőz nyomása kezdetben.

Az elméletünk nagyon fontos feltevése, hogy rendszerünk mindvégig egyensúlyban van, így a pipettában levő levegő minden időpillanatban vízgőzzel telített. Ez azért fontos, mert a telített vízgőz p_g nyomása csak a T hőmérséklet függvénye, amely számítható a

$$p_g = 6,11 \cdot \exp\left(\frac{17,6(T - 273)}{T - 30}\right) \text{ hPa} \quad (2)$$

August–Roche–Magnus-formula [2] segítségével. Ennek megfelelően, ha tudjuk T_0 hőmérsékletet, valamint a p_0 nyomást, akkor p_{0l} és p_{0g} számolható. Az elméletünk többi meghatározó paramétere: a kezdeti T_0 hőmérséklet, a betöltött víz T_v hőmérséklete és V_0 térfogata mérhető.

A megfordítást követően a pipettában lévő forró víz melegíteni kezdi az ujjunkkal elzárt gőz-levegő elegyet, ezért a nyomás megnő. A kilövés előtti utolsó pillanatot vizsgálva (1. ábra jobb oldala) továbbra is igaz, hogy a bent lévő p_1 nyomás az adott hőmérsékletű gőz és a levegő parciális nyomásának összege lesz:

$$p_1 = p_{1l} + p_{1g}, \quad (3)$$

ahol p_{1l} a pipettában lévő levegő, p_{1g} a pipettában lévő gőz parciális nyomása a kilövés előtti pillanatban. Láthatjuk, hogy a parciális nyomások ebben az esetben is csupán a megnövekedett T_1 hőmérséklettől függenek, hiszen p_{1g} a (2) egyenletből, p_{1l} pedig Gay-Lussac második törvényéből számítható, mint:

$$p_{1l} = p_{0l} \frac{T_1}{T_0}. \quad (4)$$

Sajnos T_1 mérése gyakorlatilag lehetetlen, így számításánál azzal a közelítéssel élünk, hogy a kilövés előtti pillanatig a gázelegy, a pipetta és a víz termodinamikai egyensúlyi állapotba kerül, ennek megfelelően a közös hőmérséklet

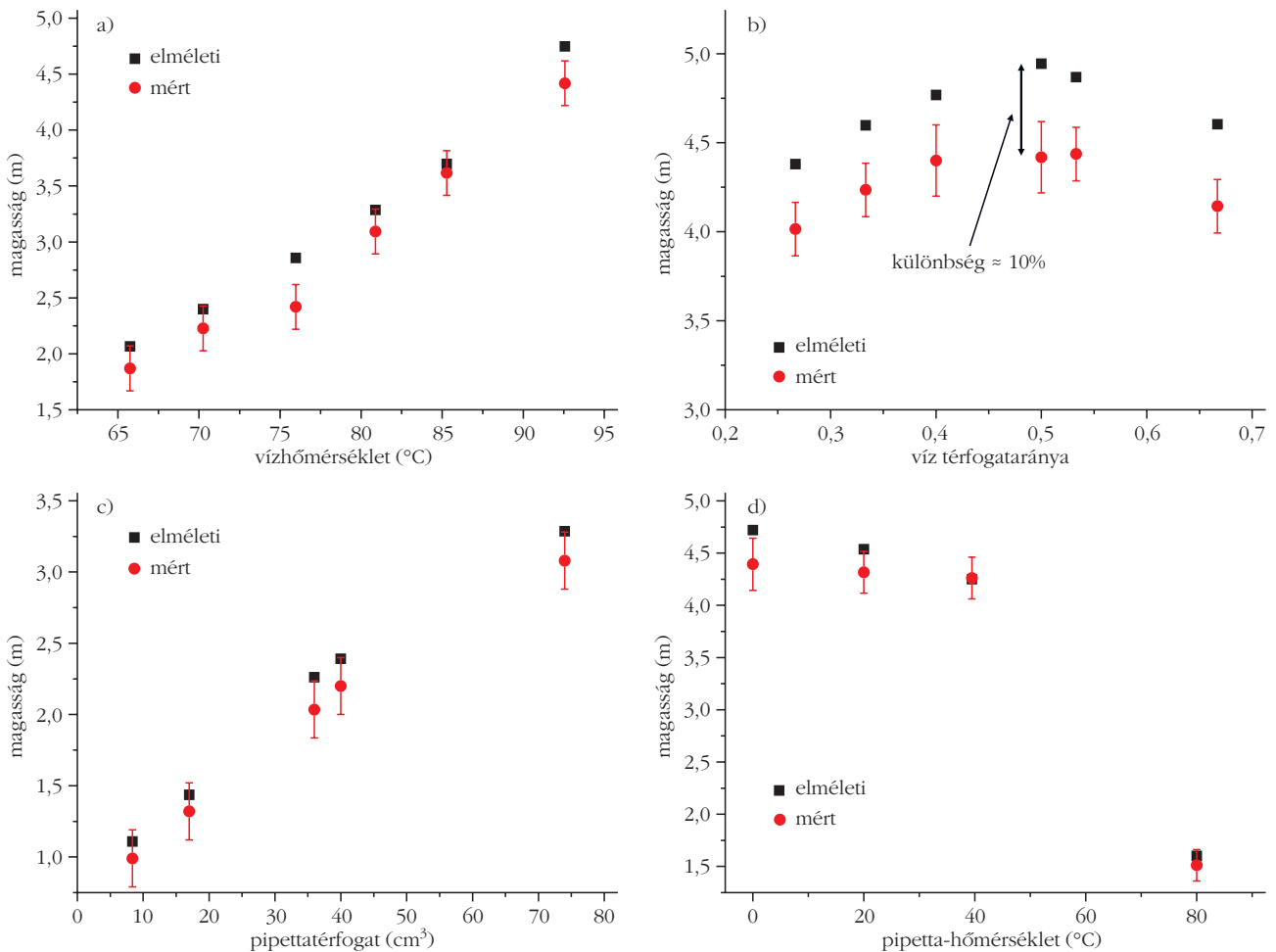
$$T_1 = \frac{c_v m_v T_v + c_{\bar{u}} m_{\bar{u}} T_0}{c_v m_v + c_{\bar{u}} m_{\bar{u}}}, \quad (5)$$

ahol c_v a víz fajhője, m_v a víz tömege, T_v a víz kezdeti hőmérséklete, $c_{\bar{u}}$ az üveg fajhője, $m_{\bar{u}}$ a pipetta (kezdetben vízbe nem lógó részének) tömege. Itt fontos megjegyezni, hogy magasabb hőmérsékleten több vízgőz van a bezárt levegőben. A vízrészecskék kilépése is hőt von el a pipettában lévő víztől, így a valós T_1 hőmérséklet biztosan kisebb, mint az (5) egyenletből számolt. Számításaink alapján ennek elhanyagolása csupán 5-10% hibát okoz, ezért nem foglalkoztunk vele.

Az (1–5) egyenleteket felhasználva ki tudjuk számolni a pipettában lévő nyomást közvetlen a kilövés előtt. Egyértelmű, hogy ez a paraméter a kulcsa a szökőkút magasságának, azonban mi a pontos összefüggés köztük? Első gondolatként a nyomásból a kiáramlás sebességét próbáltuk számolni a Bernoulli-egyenlet segítségével. Ez azonban nehézkes, hiszen a formula alapfeltevései csak közelítőleg teljesülnek, emellett a sebesség ismeretében is újabb problémákba ütköztünk. Nevezetesen: ahhoz, hogy tudjuk számolni milyen magas lesz a szökőkút, tudnunk kell a légellenállás hatásával számolni, amely a kilövéstől kezdve lassítani fogja a vizet. A légellenállást egy folyamatosan változó alakú „testnél” számolni azonban több mint nehéz.

A probléma kiküszöbölése végett egy „kalibrációs” mérést végeztünk. A mérési összeállítást a 2. ábra felső része mutatja. Magasban lévő, vízzel teli vödörből egy vastag gumicsővön keresztül vezetünk vizet a pipettába, így a hidrosztatikai nyomást kihasználva tudtuk a pipettában lévő nyomást szabályozni.

Ebben az összeállításban több különböző nyomáson is megmértük a szökőkút magasságát, így tudjuk, hogy adott nyomásnál mekkora veszteséget okoz a légellenállás, valamint a kiáramlásnál a súrlódás. A 2. ábra alsó fele oldala mutatja a kalibrációs mérés eredményét. A szaggatott vonal jelzi a veszteség nélküli esetet, ilyenkor a szökőkút a vödörben lévő víz tetejéig érne. Az adatpontokra az ábrán megadott exponenciális görbét illesztettük, így a nyomás ismeretében a szökőkút magassága már



3. ábra. A szökőkút magassága a (a) vízhőmérséklet, (b) víztérfogat, (c) pipettatérfogat és (d) pipetta-hőmérséklet függvényében.

számolható. A következő lépés az elméletünk által jósolt magasság és a kísérleti tapasztalatok összevetése volt.

A kísérlet megvalósítása is sok nehézséget rejtett, hiszen 4-5 méter magas vízoszlopot kell lemérni, ráadásul több száz kilóésre van szükség. A mérési idő és pontosság optimalizálására azt a megoldást választottuk, hogy egy 10 cm-ként beszkálázott fal előtt lőtünk a pipettával és körülbelül 15 méterről szemmel olvastuk le a magasságot.

Különböző paraméterek hatását vizsgáltuk az elérhető maximális magasságra, miközben a többi tényezőt nem változtattuk. Mérési eredményeinket összevetettük az elméleti összefüggésünk alapján jósolt magassággal (3. ábra).

a. A kezdeti vízhőmérséklet hatása a legfontosabb tényező. A (2) egyenlet alapján exponenciális jellegű függést várnánk, amelyet méréseink is tükröznek (bár nagyobb nyomáson a veszteségek is nagyobbak, így a görbe kissé kisimul).

b. A kezdeti vízmennyiség hatása: a 3.b ábra vízszintes tengelyén a víz és pipetta térfogatának aránya látható. A félig töltött pipetta bizonyult a legjobbnak. Ez könnyen megérthető, hiszen ha kevés a víz, akkor nem melegszik fal a pipetta, ha viszont túl sok, akkor már a befogás előtt is nagy a levegő-gőz elegy hőmér-

séklete, így a továbbiakban csak kis nyomásnövekedés lehetséges.

c. A pipetta térfogata (fajtája): megállapítható, hogy a pipetta méretével nő a szökőkút magassága. Ennek magyarázata, hogy az egyre nagyobb pipettákba (a tömegükhöz viszonyítva) egyre több víz tölthető, így magasabb végső T_1 hőmérséklet érhető el, valamint nagyobb pipetták esetén a fajlagos veszteségek is kisebbek.

d. Kezdeti pipetta-hőmérséklet hatása: ezt a paramétert a pipetta előzetes (melegített) vizes kádban való fürdetésével állítottuk be, amellyel az előzőekben említett T_0 -t tudjuk befolyásolni. Ennek megfelelően a pipetta-hőmérséklet növekedésével csökken a magasság.

A 3. ábrán látható, hogy elméleti modellünk kiválóan követi a méréseket, azonban észrevehető, hogy mért adatpontjaink mindig az elméleti alatt maradnak. Ennek magyarázata egyszerűen abból fakad, hogy alapfeltevésünk nem pontos. Viszonylag gyors folyamat lévén nem tud mindig egyensúlyba kerülni a rendszer, így a levegő-gőz hőmérséklete általában kisebb, mint a számolt. Mégis, elméleti modellünket sikeresnek tekinthetjük, hiszen jól követi a kísérletileg tapasztalt összes trendet.

Nagy Balázs Norbert

Késlekedő inga

A feladat során – az általunk épített kísérleti összeállítással – egy kúpingához hasonló inga mozgását vizsgáltuk. De pontosan hogyan néz ki a mérési eszköznünk és mit kellett vele mérnünk? A feladat szövege a következő volt:

Készíts erős cérnából és egy nehezebből álló ingát. A felfüggesztési pont egy R sugarú, vízszintes kör kerülete mentén fusson körbe. Bizonyos körülmények között a nehezék egy R -nél kisebb sugarú körpályára áll. Vizsgál meg a nehezék mozgását és annak stabil pályáit!



4. ábra. A késlekedő inga kísérleti összeállítása.

Készítsük el!

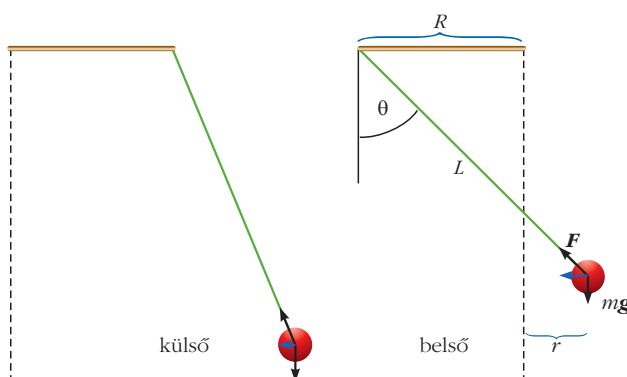
A feladat szövegének megfelelően egy labdát rögzítettünk egy erős fonál végéhez, amelynek másik végét egy vízszintes körpályán mozgó felfüggesztésre kötöttük (4. ábra). A rendszert elindítva a test egy körpályára áll be, amelynek sugara eltérhet a felfüggesztési pont által leírt kör sugarától. Esetünkben az ingatest egy pingponglabda volt, a fonál pedig egy erős horgászszinór, amit egy forgó motorhoz csatlakoztatott, vízszintes síkban forgó rúdra kötöttünk. Fontos volt, hogy a motor konstans szögsebességgel tudjon forogni – aminek a nagyságát viszonylag finoman tudjuk hangolni –, valamint, hogy felfutási ideje rövid legyen.

Összeállításunk alá egy kamerát helyeztünk, hogy az inga mozgását a készült videók segítségével elemezni tudjuk. A kamera térbeli torzításait is figyelembe véve, eredményeinket háromdimenziós rendszerben ábrázoltuk és elemeztük.

Lehetséges pályák

A motor bekapcsolása előtti első kérdés, hogy végül milyen pályára állhat be a test. A két lehetséges esetet az 5. ábra szemlélteti.

5. ábra. Lehetséges pályák.



Ezek közül az egyik triviális: a labda egy „külső pályán” kezd keringeni, amelynek sugara nagyobb, mint a felfüggesztési pont körpályájé. Ugyanakkor, bizonyos körülmények között előfordulhat kisebb sugarú körpálya is. Ezt nevezhetjük „belső pályának”, hiszen a test végig a felfüggesztési pont által rajzolt kör területe alatt tartózkodik. Ebben az esetben a fonál metszi a forgástengelyt, azaz a felfüggesztés és a labda ellentétes fázisban keringenek. A test körpályán mozog, ezért az erők eredője mindkét esetben a kör középpontja felé mutat.

Mitől függ a pályák sugara?

Ideális esetben a rendszer három paraméterrel jellemezhető: a fonál L hosszával, a felfüggesztési pont körpályájának R sugarával, valamint a motor ω szögsebességével. Ezen felül a változók közé vehetjük a g nehézségi gyorsulást is. Ezekkel a paraméterekkel a test végső pályája pontosan jellemezhető, leírható.

A mozgás, illetve a lehetséges állapotok leírása

A testre ható erőket, valamint a geometriai feltételt felírva kiszámolhatjuk a végső körpálya r sugarát. Az 5. ábra jelöléseit használva, az erőket vízszintes (6) és függőleges (7) komponensekre bonthatjuk fel:

$$F \sin \theta = m \omega^2 r, \quad (6)$$

$$F \cos \theta = mg, \quad (7)$$

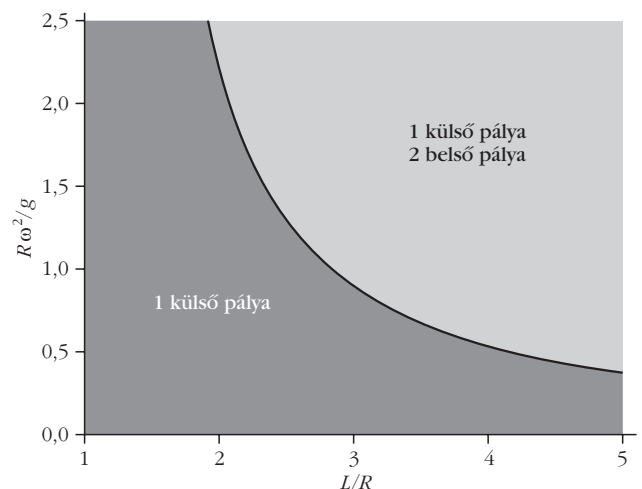
$$r + R = L \sin \theta. \quad (8)$$

Az erőkomponensek mellett a (8) geometriai feltételt felhasználva kapjuk a (9) egyenletet:

$$\frac{R \omega^2}{g} = \frac{\frac{r}{R} + 1}{\frac{r}{R} \sqrt{\left(\frac{L}{R}\right)^2 - \left(\frac{r}{R} + 1\right)^2}}. \quad (9)$$

Az egyenlet dimenziótlan alakjával egy paramétertér rajzolható fel (6. ábra).

6. ábra. A lehetséges pályák kialakulását bemutató paramétertér.



Adott hosszúságú kötélnél, viszonylag alacsony szögsebességnél az egyenletnek egyetlen megoldása lesz: csak egy külső pálya lehetséges. A paramétertérben ezt sötéttel jelöltük. A gyakorlatban ezt a pályát szinte mindig lassú felfutású bekapcsolás esetén lehet elérni. Fontos megemlíteni, hogy ez a pálya a paramétertér teljes területén létezik, így a világos területeken is. Érdekes módon, bizonyos körülmények között az egyenletnek három pályasugár is megoldása lesz. Az ábrán ezek a területek világossal vannak jelölve. A stabilitásvizsgálat megmutatta, hogy a három megoldás közül csak kettő eredményez stabil pályát: ezek a külső, valamint az egyik belső pálya. Az egyenlet harmadik megoldása instabil pályát ír le.

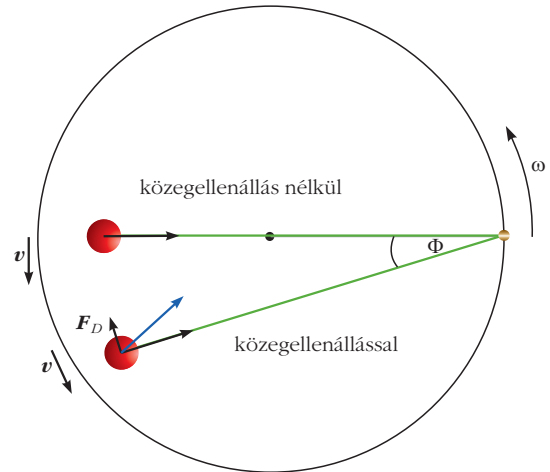
A közegellenállás

Közvetlenül a bekapcsolás után a labda szabálytalanul kezd mozogni, szabályos körök helyett hurkot rajzol. Azonban a közegellenállás miatt ezek a tranzienstulajdonságok az idő elteltével csökkennek, és a test egy stabil pályára áll be. A Reynolds-szám meghatározásával pontosabb információt kaphatunk a közegellenállás nagyságáról és típusáról. Ez kiszámolható a test relatív sebességéből és a levegő kinematikai viszkozitásából. A Reynolds-szám értéke 10^3 és 10^4 közé esett. Ebből három következtetést is levonhatunk: először, hogy a közegellenállás turbulens, ami azért is fontos lehet, mert ez tovább növelheti a rendszer előrejelezhetetlen viselkedését közvetlenül a bekapcsolás után. Másodsor, megtudjuk, hogy a közegellenállási együttható értéke konstans. És végül a legfontosabb, hogy a közegellenállás a sebességgel négyzetesen arányos. Ezekből az adatokból a közegellenállás kiszámolható és hatása a számítógéppel jól szimulálható.

Érdekes észrevételek

Nyilvánvaló, hogy egyenletes körmozgás esetén az eredő erőnek a kör középpontja felé kell mutatnia. Ez akkor is igaz, ha a közegellenállás nem elhanyagolható. De hogyan befolyásolja a közegellenállás a test pályáját? Egyértelmű, hogy a test felfüggesztési ponthoz képesti relatív helyzete eltérő lesz. Ha nem lenne közegellenállás (például vákuumban végeznénk a kísérletet), akkor a labda a felfüggesztési pont és a forgástengely függőleges síkjában forogna. Azonban, ha közegellenállási erő is hat a testre, akkor a labda elhagyja eredeti pozícióját, és egy kicsivel az előtt fog mozogni (7. ábra). Azaz a labda eredeti helyzetéhez képest „sietni” fog.

A belső pályák sugarát tovább vizsgálva újabb érdekességeket fedezhetünk fel. A test és a felfüggesztési pont pályájának sugarát összehasonlítva azt láthatjuk, hogy a labda nem mindig a kisebb sugarú pályán mozog. Bizonyos körülmények között a belső pálya r sugara nagyobb lehet, mint R . Azonban ez csupán a paramétertér nagyon kis tartományán fordulhat elő. Ehhez viszonylag hosszú fonálra és alacsony szögsebességre van szükség. Ilyen esetekben a pályasugár csak kicsivel nagyobb R -nél.



7. ábra. Az ingatest pozíciója közegellenállással és anélkül.

Összefoglalás

Sokféle pálya alakulhat ki a kísérlet során, amelyek közül lesz stabil, illetve instabil. A különböző paramétereket vizsgálva megállapíthattuk, hogy a paramétertér mely területei lesznek a számunkra megfelelőek, ahol az ingatest kisebb sugarú körpályán is mozoghat, mint a felfüggesztési pont. Emellett több érdekes dolog is tapasztaltunk munkánk során, amelyeket a jövőben, további eredményekkel kiegészítve publikálunk.

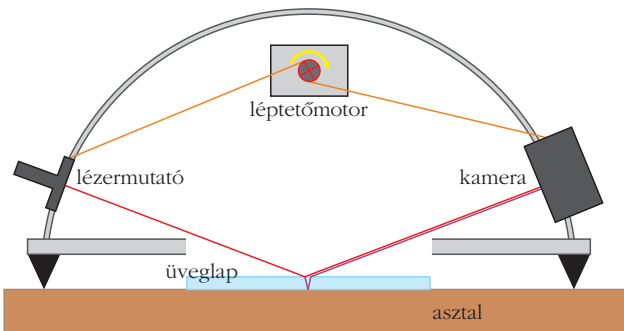
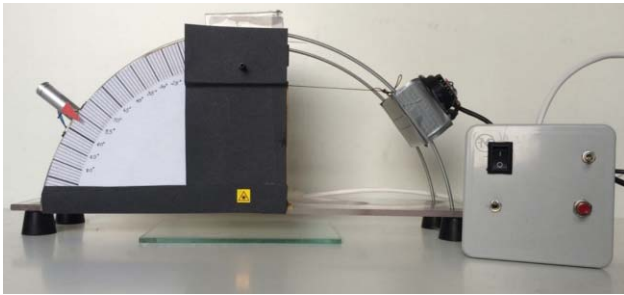
Bánóczki Tímea, Adorján Dániel

Érintésmentes tolómérő

A 15. feladat szerint meg kellett tervezni és építeni egy olyan eszközt, ami egy lézermutatót használva érintésmentesen képes meghatározni egy üveglap vastagságát, törésmutatóját és egyéb tulajdonságait.

Az általunk tervezett és épített eszközzel – aminek fényképe és vázlata az 8. ábrán látható – meg tudtuk mérni egy tetszőleges üveglap törésmutatóját, vastagságát, fényáteresztő-képességét és még a felszín egyenetlenségeire is kaptunk információkat. Érdeemes megjegyezni, hogy „műszerünket” otthon talált eszközökből, költségek nélkül barkácsoltuk.

Az eszközben félkörív alakú sínen a lézermutató és az érzékelő kamera egy motor segítségével szimmetrikusan mozgatható úgy, hogy közben a lézerek sugár beesési szöge bármely pillanatban leolvasható. A lézerek sugár az eszköz alján, közvetlenül az asztal síkjára elhelyezett üveglapra esik. A mérés során fontos, hogy a beesési pont mindig a mérőeszköz geometriai középpontjába legyen. Ezt a talpak alatti, megfelelő vastagságú alátét elhelyezésével érhetjük el. Az üveglapról két fény sugarat verődik vissza. Egy a felső felületről, a másik az alsóról, amely az üveg és a levegő felületén kétszer is megtörik. A két sugár egy fehér papírfelületre érkezik. A két fényfoltot a papíron lévő két referenciacsíkkal együtt a mögötte lévő kamerával lehet filmezni. A keresett mennyiségeket a kapott film képkockáinak kiértékelésével határozhatjuk meg. A



8. ábra. A megépített mérőeszköz fényképe (fölről) és a mérőeszköz vázlatja (alul).

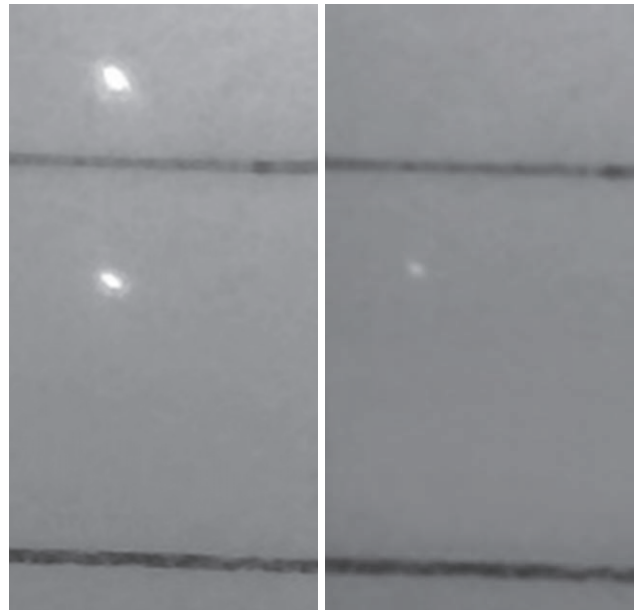
film képkockákra darabolását, a rajta lévő fényes pontok egymástól való távolságának, illetve fényességének meghatározását a *Matlab*-ban írt programjaink végezték, azonnal kiírva a vastagság és törésmutató értékeit. A következőkben röviden ismertetjük a mérések menetét.

Az üveglap törésmutatójának a meghatározása

Jól ismert, hogy ha egy üvegfelületre megfelelő szögben érkezik a fénysugár, akkor annak visszavert sugara a beesési síkra merőleges polarizációt szenved. Ezt a „megfelelő” szöget nevezzük Brewster-szögnek [3]. A Maxwell-egyenletekből és a törési törvényből levezethető, hogy ilyen esetekben:

$$\tan \alpha_{Br} = n, \quad (10)$$

ahol α_{Br} a Brewster-szög, míg n a vizsgált anyag levegőre vonatkoztatott relatív törésmutatója. Ha ennél a beesési szögnél a beeső fénynyalábot a beesési síkkal párhuzamosan polarizáljuk, akkor a visszavert fénysugár fényintenzitása erősen lecsökken, jó esetben gyakorlatilag nullára esik. Látható, hogy a törésmutató kiszámításához meg kell meghatározni a Brewster-szöget. A szög meghatározásához a fent bemutatott összeállítást használtuk, de a lézerefényforrás elé polárszűrőt helyeztünk. Így a beeső fény a beesés síkjában lineárisan polarizálttá vált. Ennek köszönhetően, a Brewster-szöggel megegyező beesési szög esetén a visszavert lézerefény teljesen eltűnik, hiszen visszaverődéskor az a rezgésirány is kiszűrődik belőle, amit a lineárisan polarizáló szűrő még meghagyott. A szög megkereséséhez a lézert és az érzékelő kamerát léptetőmotorral mozgattuk és közben filmeztük a két lézerefoltot. A feladat ezután az volt, hogy az elkészült filmből kikeressük azt a képkockát, amin nem, vagy



9. ábra. A lézerefoltok képe a mérés kezdetekor (balra) és a Brewster-szögnek megfelelő beesési szögnél (jobbra).

legkevésbé látható a lézer fénye. Ennek megtalálását is a számítógépre bíztuk, ami végignézve a képkockákat megkereste azt, ahol a lézerefolt intenzitása minimális, majd ebből kiszámolta a kérdéses szöget. A 9. ábrán látható két képkocka közül az elsőn látható a kezdeti két lézerefolt, a második a Brewster-szögnek megfelelő kép, ezen már csak az alsó, üveg aljáról visszaverődő, csökkent intenzitású [4] fénysugár érzékelhető, míg a felső teljesen eltűnt.

Az üveglemez vastagságának a meghatározása

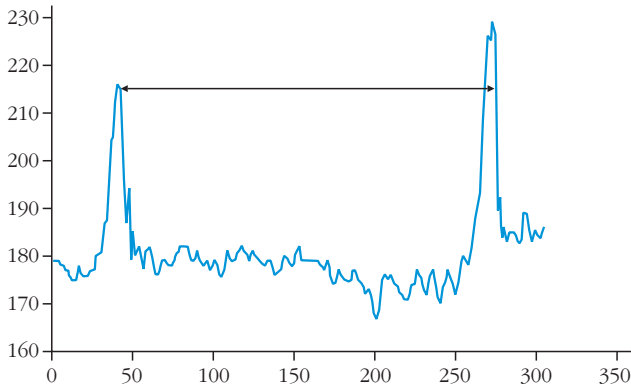
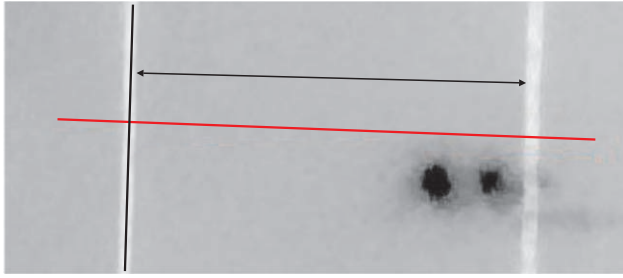
Módszerünk lényege az, hogy az üveglapról visszaverődő két párhuzamos sugárnyaláb közötti x távolság megméréseivel a lemez d vastagsága meghatározható, ha ismerjük az üveg n törésmutatóját, illetve az adott α beesési szöget:

$$d = \frac{x}{2 \tan \left(\sin^{-1} \left(\frac{\sin \alpha}{n} \right) \right) \sin (90^\circ - \alpha)}. \quad (11)$$

A törésmutató értékét az előző mérésből már tudjuk, most csak a két nyaláb közötti x távolságot kell megmérnünk. A mérési pontosság növelése érdekében a két fénypont távolságának a meghatározását nem szabad szemmel végeztük, hanem ugyancsak a *Matlab*-ban írt program segítségével mértük. Először kalibráltuk az eszközt. A kalibráció elvégzéséhez beazonosítottuk a két referenciavonalat (itt világos vonalak, mert a képet a feldolgozáshoz invertáltuk), amelyek távolságát ismertük és a programunknak ezt az értéket már megadtuk.

A kalibrációs vonalakra merőleges egyenes mentén megkerestük a legvilágosabb pontokat – 10. ábra –, és így a két vonal helyét.

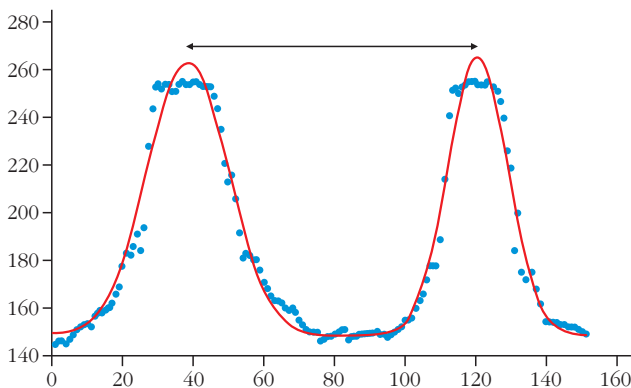
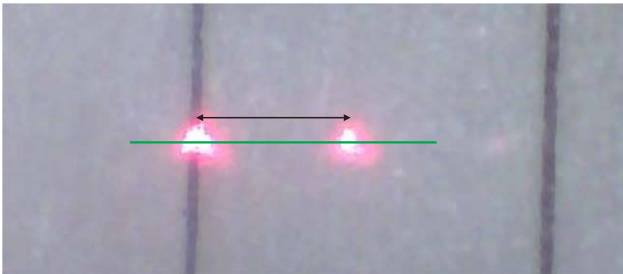
A következő lépésben a két lézersugár foltjának helyét az alábbi eljárással tudtuk megtalálni:



10. ábra. A referenciavonalak beazonosítása (föül) és a köztük lévő távolság meghatározása (alul).

A program a két pontot összekötő egyenes mentén megrajzolta a kép fényintenzitás-görbéjét. A kereset távolság a kapott görbe két csúcspontja közötti távolságból adódik. Mivel a lézer intenzitásprofiljára jól illik a Gauss-görbe, ezért a kapott pontsorra Gauss-görbéket illesztettünk és ezek csúcspontjai közötti távolsággal számoltunk. A 11. ábrán látható az intenzitásgörbe pontsora és a rájuk illesztett görbe. A két

11. ábra. A két lézerfolt (föül) és helyzetüket meghatározó intenzitáspontra illesztett Gauss-görbe (alul).



csúcs közötti távolság ismeretében a program visszszámolta a távolság valódi értékét, amelyből a leírtaknak megfelelően már megkaptuk az üveglap vastagságát. Mérésünket több ízben csavarmikrométerrel ellenőriztük, az eltérés 1%-nál kisebb volt.

A vastagságmérést több helyütt, egymástól 2 mm távolságban is elvégeztük az üveglapokon és a kapott értékekből következtethetünk az üvegfelület egyenletlenségeire.

Az üveglapok fényáteresztő-képességét úgy vizsgáltuk, hogy különböző vastagságú, de azonos anyagú üvegek esetén képelemző program segítségével mértük az üvegbe belépett, majd visszavert fénynyaláb intenzitását. Mivel eszközünk csak néhány milliméter vastagságú eszközök vizsgálatára alkalmas, amelyekben a fényelnyelés még nem túl jelentős, ezért mérhető eredményt csak színezett üveg esetén kaptunk.

Varga-Umbrich Eszter

Lemezen gördülés

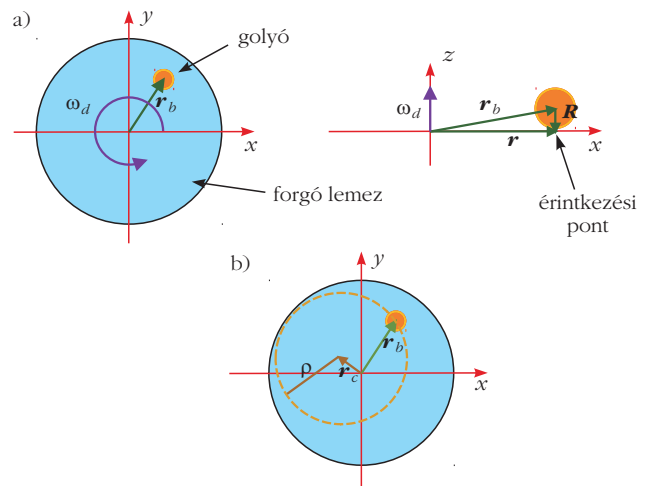
Ha egy gömb alakú testet vízszintesen forgó lemezre helyezünk, bizonyos körülmények között a test úgy mozog a korongon, hogy arról nem esik le. A következőkben a megvalósuló mozgást vizsgáljuk.

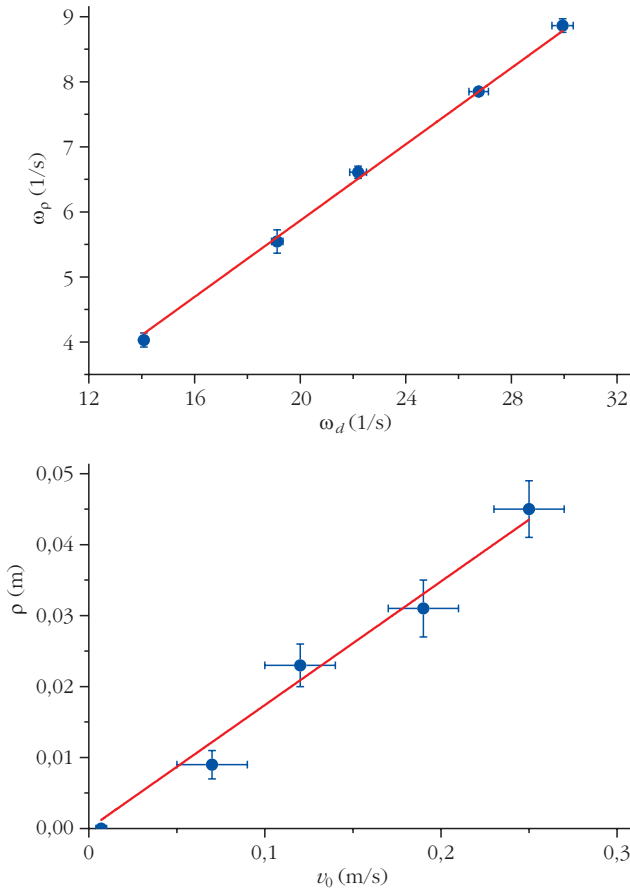
Mint az Klaus Weltner 1979-es cikkében is megjelent, néhány feltevést alkalmazva (a golyó nem csúszik meg, tehát csak tapadási súrlódás van jelen) a mozgást a következő differenciálegyenlet írja le egy forgó korongon mozgó tömör vagy üreges gömb esetén [5]:

$$\frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} = \frac{I}{R^2 m + I} \left(\boldsymbol{\omega}_d \times \frac{d\mathbf{r}}{dt} \right), \quad (12)$$

ahol \mathbf{r} jelöli a golyó és a korong érintkezési pontjába mutató vektort, I a tehetetlenségi nyomatékot, m a tömeget, $\boldsymbol{\omega}_d$ pedig a korong szögsebességét (12.a ábra). Ez alapján a mozgás pályája körpálya (12.b

12. ábra. Az egyenletek felírásakor használt vektorok.





13. ábra. Mért és számított értékek összehasonlítása: fölül a létrejövő forgás szögsebessége a forgó lemez szögsebességének függvényében, valamint alatta a létrejövő körpálya ρ sugara a golyó kezdősebességének függvényében. (A méréshez használt golyó adatai: $m = 0,0248$ kg, $r = 8,5$ mm, $I = 7,17 \cdot 10^{-7}$ kg m².)

ábra), amelynek középpontja az alábbi módon határozható meg:

$$\mathbf{r}_o = \mathbf{r}(0) + \frac{\boldsymbol{\omega}_p}{\omega_p^2} \times \left. \frac{d\mathbf{r}}{dt} \right|_{t=0}, \quad (13)$$

míg a körpálya sugara:

$$\rho = \frac{\left| \frac{d\mathbf{r}}{dt} \right|_{t=0}}{\omega_d} \frac{R^2 m + I}{I}, \quad (14)$$

$\boldsymbol{\omega}_p$ pedig a létrejövő forgás szögsebességét jelöli, amely az alábbi formulával adható meg:

$$\boldsymbol{\omega}_p = \boldsymbol{\omega}_d \frac{I}{R^2 m + I}. \quad (15)$$

Az imént ismertett összefüggések igazolására méréseket végeztünk (13. ábra).

Azt tapasztaltuk, hogy a mozgás első néhány másodpercét a modell helyesen írja le, az idő múlásával azonban a pálya sugara növekszik, a forgás középpontja sem marad állandó, majd egy spirális íven a golyó elhagyja a lemezt. Az itt említett jelenségek

megértése érdekében tanulmányozni kezdtük a gördülési súrlódás és a közegellenállás hatását is. Kihasználtuk, hogy a gördülési ellenállásnak csak forgatónyomatéka van:

$$\mathbf{M}_g = -\delta \frac{\boldsymbol{\omega}_b}{|\boldsymbol{\omega}_b|}, \quad (16)$$

ahol δ a gördülési ellenállási együttható. A közegellenállásnak – bár fejt ki erőt – nincs forgatónyomatéka:

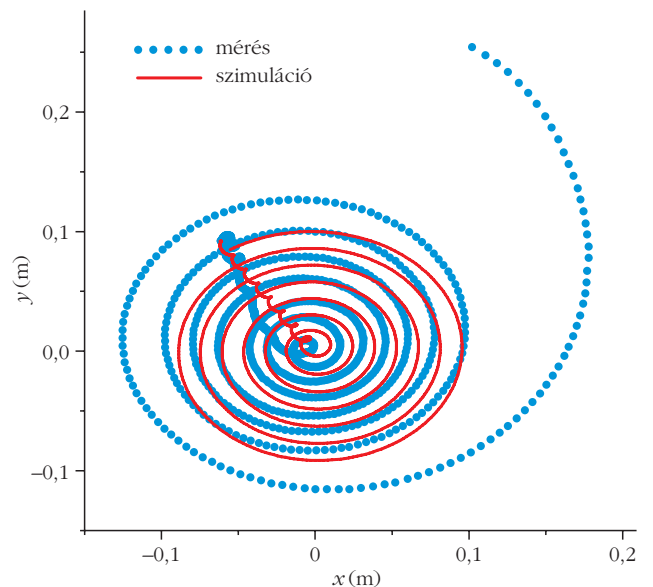
$$\mathbf{F}_{\text{közeg}} = -6 \pi \eta R \frac{d\mathbf{r}}{dt}. \quad (17)$$

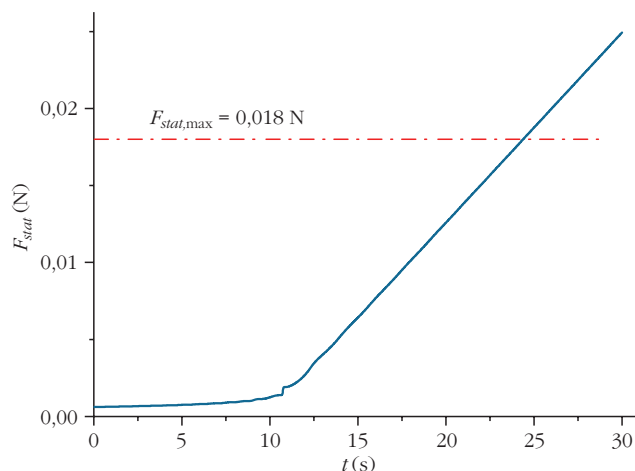
Emellett felhasználva azt a feltételt, hogy a golyó nem csúszik meg, és figyelembe véve azt is, hogy a forgó lemez nem feltétlenül vízszintes, a golyóra az alábbi mozgásegyenletet kaptuk:

$$\frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = \frac{I}{I + m R^2} \left(\boldsymbol{\omega}_d \times \frac{d\mathbf{r}}{dt} \right) - \frac{6 \pi \eta R^3}{I + m R^2} \frac{d\mathbf{r}}{dt} + \frac{R^2}{I + m R^2} \mathbf{G} + \frac{\delta R}{I + m R^2} \frac{\boldsymbol{\omega}_d \times \mathbf{r} - \frac{d\mathbf{r}}{dt}}{\left| \boldsymbol{\omega}_d \times \mathbf{r} - \frac{d\mathbf{r}}{dt} \right|}, \quad (18)$$

ahol \mathbf{G} a golyóra ható nehézségi erő lemezzel párhuzamos komponense. A differenciálegyenlet analitikus megoldásával nem próbálkoztunk, azonban numerikus szimulációkat végeztünk az egyenlet alapján és azokat összehasonlítottuk mérési eredményeinkkel. Azt találtuk, hogy teljesen zárt pályák nem jöhetnek létre, azonban, ha a gördülési ellenállás együtthatója elegendően kicsi, akkor beszélhetünk kvázi-zárt pályákról. Sikertelenül modelleztünk a pálya növekvő sugarát, ami ugyancsak a gördülési ellenállás fellépéséből következik (14. ábra).

14. ábra. A golyó mozgásának pályája. A mérés összehasonlítása a szimulációval. A golyó először a forgó lemez közepe felé halad, majd onnan kifelé, egy jellegzetes spirál pályán elhagyja azt.





15. ábra. A tapadási súrlódási erő változása az időben a szimuláció alapján, és a mérés során használt golyóra vonatkozó maximális tapadási súrlódási erő.

Továbbra sem értettük, miért hagyja el egy idő után egy logaritmikus spirális karon a golyó a lemezt (14. ábra pontsora). Ezért azt határoztuk meg a szimulációban, hogy a tapadási súrlódási erő miként változik az idő függvényében (15. ábra). Méréssel meghatároztunk a kísérletek során használt golyóra vonatkozó maximális tapadási súrlódási együttható értékét, majd e két eredményt hasonlítottuk össze.

Amint az a 15. ábrán is látszik, a folyamat során e maximumot valóban eléri a súrlódási erő. Ezután már nem tisztán gördül a golyó, hanem megcsúszik és közelítőleg logaritmikus spirális pályán elhagyja a lemezt. Az általunk vizsgált esetben a megcsúszás időpontja nagy pontossággal megegyezett a szimulációból nyert megcsúszási időponttal.

A probléma vizsgálata során egy már ismert eredményt használtunk fel, és vizsgáltuk annak érvényességi feltételeit. Azt találtuk, hogy bár a modell pontosan leírja az első néhány fordulatot, hosszabb időtartamokra nem használható, ugyanis olyan jelenségeket tapasztaltunk, amelyek az ott felírt egyenletekből nem következnek. Ezért megvizsgáltuk az elhanyagolt tényezőket, mint a gördülési ellenállás és a közegellenállás, és ezeket is számításba véve létrehoztuk saját modellünket. Ez alapján a mozgást már hosszabb időtartamokra is tudjuk szimulálni, valamint általa megérthetjük azt is, miért nem jöhet létre teljesen zárt pálya, és mi az oka annak, hogy a golyó egy spirális ágon elhagyja a lemezt.

Plaszko Noel

Köszönetnyilvánítás

A versenyre való felkészülés és a versenyen való részvétel anyagi háttérét a MOL Nyrt. és az Emberi Erőforrások Minisztériuma biztosította. A tanulmány elkészítését a Magyar Tudományos Akadémia Tantárgy-pedagógiai Kutatási Programja támogatta.

Irodalom

- Hömöstre Mihály, Pham Thi Linh, Beregi Ábel, Laukó András, Béda Ármin, Nagy Péter, Ispánovity Péter, Dusán, Jenei Péter: Ifjú Fizikusok Nemzetközi Versenye magyar szemmel. *Fizikai Szemle* 64/12 (2014) 430.
- https://en.wikipedia.org/wiki/Clausius%E2%80%93Clapeyron_relation
- Budó Á., Mátrai T.: *Kísérleti fizika*. III. kötet. Tankönyvkiadó, Budapest, 1977.
- https://de.wikipedia.org/wiki/Fresnelsche_Formeln
- K. Weltner: Stable circular orbits of freely moving balls on rotating discs. *American Journal of Physics* 47 (1979) 984.

KÖNYVESPOLC

Radnóti Katalin: ÓRÁRÓL ÓRÁRA

Fizikaórák megjegyzésekkel ellátva

SZTE BTK NTI és MTA–SZTE TTK, Szeged, 2017.

Fizikatanárok, fizika tanárszakos hallgatók már biztosan feltették maguknak a következő kérdéseket: Mi a természettudományos tárgyak tanításának célja? Hogyan lehet a fizikát más tantárgyak ismeretanyagához kapcsolni? Milyen IKT eszközöket lehet bevonni a tanítási-tanulási folyamatba? Hogyan lehet a jellegzetes tanulói tévképzeteket feltárni, tanárként azokra milyen módon érdemes reagálni? Mi a kísérletezés és a hipotézisalkotás szerepe a fizikaórákon? Miként lehet csoportmunka keretében egy-egy témakört feldolgozni? Egyáltalán mitől lesz jó hangulatú és hatékony egy fizikaóra?

Jelen könyvajánló *Radnóti Katalin* legújabb, *Óráról órára* című könyvéről szól, amelyben a fenti kérdésekre is válaszokat találhatunk. A kiadvány az MTA–SZTE Természettudomány Tanítási Kutatócsoport munkájához kapcsolódik és elsődlegesen fizikát tanító tanároknak, tanárjelölteknek készült. A könyv egész tanórákat mutat be, amelyek mindegyikéhez elemzések kapcsolódnak. A szerző szándéka az volt, hogy az óralátogatók során szerzett élményeken keresztül mutasson rá a fizikatanítás meghatározó céljaira és a tanulói gondolkodás fejlesztésének lehetőségeire.